



Exercice Etude de de fonction

2ème Bac PC

guessmaths

On considère la fonction f définie par : $f(x) = (\sqrt{1+x^2} - x)^2$

- 1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$; puis déduire la nature de la branche infinie de la Courbe de f au voisinage de $-\infty$.
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.
- 2) a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; \sqrt{1+x^2} > x$
b) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = \frac{-2f(x)}{\sqrt{1+x^2}}$
c) Dresser le tableau de variation de f .
- 3) Déterminer l'équation de la droite (T) tangente à la Courbe de f au point d'abscisse 0.
- 4) Tracer le courbe de f et la tangente (T) dans un même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité de mesure 2 cm)
- 5) a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.
b) Justifier que f^{-1} est dérivable sur J , et déterminer $(f^{-1})'(1)$
c) Dresser de tableau de variation de f^{-1} sur J .
d) Tracer la courbe de f^{-1} dans la même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
e) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.