Série n°4 d'exercices sur non corrigés « le produit scalaire » **1ére Bac S.EXP**

Problèmes de synthèse

Exercice 1

On considère dans le plan les droites $(D_1),(D_2)$ et (D_3) telles que:

$(D_1): x-y=0$; $(D_2): x-2y+1=0$ et $(D_3): x+4y-15=0$

1) Construire les droites $(D_1),(D_2)$ et (D_3).

2) a. Déterminer les coordonnées des sommets du triangle ABC sachant que $(D_1)=(BC)$; (D_2) est la hauteur du triangle, issue de B et que (D_3) est la hauteur du triangle issue de C.

b. Déterminer les coordonnés du point H, orthocentre du triangle ABC.

c. Vérifier que

$$d\left(H;(BC)\right)=\frac{5\sqrt{2}}{6}$$

Exercice 2

On considère dans le plan la droite (D) d'équation $x+2y-5=0$ et le point $A(4;3)$.

1) Donner une représentation paramétrique de la droite passant par A et perpendiculaire à (D).

2) Déterminer le couple de coordonnées du point B symétrique du point A par rapport à la droite (D).

3) Déterminer le point C du plan, pour que le triangle ABC soit équilatéral.

Exercice 3

On considère dans le plan l'ensemble D des droites (d_m) définies par l'équation:

$(m^2-4)x+4my-3(m^2+4)=0$ où m est un paramètre réel.

1) Montrer que la distance du point O (origine du repère) à toute droite (d_m) est une constante réelle à déterminer.

2) Toute droite dont la distance au point O est une constante réelle k, appartient-elle à l'ensemble D?.

Exercice 4

Soit ABC un triangle, H son orthocentre, I le centre de son cercle circonscrit et G son centre de gravité.
Soit O le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC).

Soit $\vec{i}$ et $\vec{j}$ deux vecteurs directeurs respectifs des droites (BC) et (OA) telles que : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1$

1) Vérifier qu'il existe des réels a, b et c tels que : $A(0;a)$; $B(b;0)$ et $C(c;0)$ soient des points non alignés dans le repère orthonormé $(0;\vec{i};\vec{j})$.

2) a. Déterminer une équation de la hauteur du triangle ABC, issue de B.

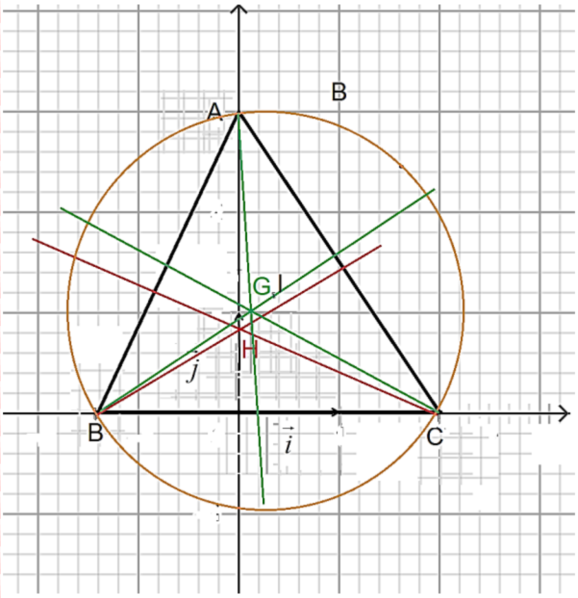
b. En déduire les coordonnées de H.(voir figure)

3) a. Déterminer une équation de chacune des droites (Δ) et (Δ'),médiatrices respectives des segments $[BC]$ et $[AC]$.

b. En déduire les coordonnées du point I. (voir figure)

4) Déterminer les coordonnées du point G. (voir figure)

5) Montrer que : $2\overrightarrow{HI} = 3\overrightarrow{HG}$.



Exercice 5

On considère dans le plan, un point M et son projeté orthogonal M' sur la droite (D) d'équation ; $x+y-1=0$ et soit le point $I(1;0)$.

1) Calculer MM' en fonction des coordonnées du point M .

2) a. Vérifier que pour tous les réels x et y on a : $(x-1+2y)^2 - 3y^2 = x^2 + y^2 + 4xy - 2x - 4y + 1$.

b. En déduire l'ensemble (E) des points M du plan vérifiant $\dfrac{IM}{MM'} = \sqrt{2}$.

Exercice 6

$ABCD$ est un carré et M est un point de la droite (AC) .

Soit P et Q les projetés orthogonaux respectifs du point M sur les droites (AB) et (BC) .

En choisissant un repère orthonormé convenable ,montrer que les droites (DM) et (PQ) sont perpendiculaires.

Exercice 7 (Défis)

La figure ci-dessous, représente le plan d'un terrain ABC de forme triangulaire sur une feuille munie d'un repère orthonormé $(0;\vec{i};\vec{j})$ (échelle $\dfrac{1}{100}$) tel que : $A(200;300)$; $B(100;100)$ et $C(500;200)$.

Un technicien topographe veut répartir ce terrain en trois parcelles MAB ; MAC et MBC de même aire S.
Déterminer les coordonnées de M puis déterminer l'aire S (le mètre est l'unité de mesure des longueurs).