Série n° 6 d'exercices sur le Barycentre

1ère bac S.m

Exercice 1:

Soit $ABCD$ un rectangle de centre O et I est le milieu de $[AB]$

1) Construire les points suivants :

E : le centre de gravité du triangle ABC

F : le barycentre des points $(C,1)$ et $(D,3)$

2) soit G le milieu du segment $[ED]$.

Montrer que G est le barycentre du système pondéré : $\{(A,1);(B,1);(C,1);(D,3)\}$.

3) Montrer que $G \in (IF)$

4- Soit K le point défini par : $4\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{AD}$

a) Déterminer deux réels α et β tels que K soit barycentre des points pondérés (A,α) et (D,β)

b) Montrer que le milieu du segment $[BC]$ appartient à la droite (GK),

5- Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\| = \left\|4\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MD}\right\|$$

Exercice 2 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère les points :

$A(1,2)$; $B(-3,2)$; $C(2,4)$ et $G = bary\{(A,1);(B,-3);(C,3)\}$

1- Déterminer les coordonnées de G.

2- Soit $G_m = bary\{(A,3m+1);(B,-2m-3);(C,3-m)\}$ où $m \in \mathbb{R}$

a-Montrer que le point G_m existe pour tout m de $\mathbb{R}$.

b. Déterminer les coordonnées du point G_m en fonction de m

c - Déduire l'ensemble des points G_m quand m varie dans $\mathbb{R}$.

3- Déterminer l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{BC}$ soit Colinéaire à $3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$

4- Déterminer l'ensemble des points M vérifiants : $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|$

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle. I est le milieu de $[BC]$.

E et F deux points tels que : $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ et $G=bary\{(A,1);(B,3);(C,3)\}$

1- Déterminer α et β pour que E soit le barycentre des points : (A,α) et (B,β)

2- Déduire que : $G=bar\{(E,4);(C,3)\}$

3- Déduire que : A ; I et G sont des points alignés

4-Montrer que : (AI); (BF) et (EC) se coupent en G.

Exercice 4 :

ABC un triangle.

On considère les points E et F tels que : $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{AB}$ et F est le milieu du segment $[AC]$

1. a) construire les points E et F.

b) Montrer que E est le barycentre des points pondérés$(A,-1)$ et $(B,2)$.

2. Soit G est le barycentre des points pondérés - $(A,-1)$ et $(B,2)$ et $(C,1)$.

Montrer que G est le milieu de segment $[CE]$, puis le construit.

3. a- construire le point K le barycentre des points pondérés $(B,2)$ et $(C,1)$.

b- Montrer que les points A, K et G sont alignés.

c- en déduire que le point K est le centre de gravité du triangle ACE.

4. On considère (φ) l'ensemble des points M du plan (P) qui vérifie :

$\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=CE$

a- Montrer que (φ) est un cercle en déterminer son centre et son rayon.

b- Montrer que C appartient au cercle (φ)