Professeurs: HADDAR +HAFIDI+NAOUFEL	*DS N°1* 2H	2SM-*A-B*	*21/10/2020*	Barème

Exercice 1 : (5pts) — **1 pt x5**

Calculer les limites :

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1-\tan x}}{x} \quad ; \quad \lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x^3+x}-x\sqrt{x}}{x}$$

$$\lim_{x\to +\infty}\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x} \quad ; \quad \lim_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)\tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$$

$$\lim_{x\to +\infty}\cos\left(\sqrt{x}\right)\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

Exercice 2 : (5 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+4x^2}-\sqrt{1+x^2}}{x^2}$

1) *Montrer que f admet un prolongement par continuité g en 0.* — **1pt**
2) *Montrer que g est continue sur $\mathbb{R}$.* — **1pt**
3) *a- Montrer que la fonction g est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^+$.* — 1,5pt

   b- En déduire les variations de g sur $\mathbb{R}^-$. — 0,5pt
4) *Déterminer $g(\mathbb{R})$.* — 1pt

Exercice 3 : (4pts)

1) *Montrer que l'équation $x^3-6x^2+12x+1=0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$, et que $-1<\alpha<0$* — **2,5pt**
2) *En utilisant la méthode de dichotomie, donner un encadrement de α d'amplitude 0,25.* — **1,5pt**

Exercice 4 : (6 pts)

On considère la fonction f définie sur $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$ *par :* $f(x)=x+\sqrt{4x^2-1}$

1) *Démontrer que f est continue sur* $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$. — **1pt**

2) *a- Démontrer que :* $\left(\forall x\in\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[\right): f'(x)=\dfrac{-\left(1+12x^2\right)}{\sqrt{4x^2-1}\left(\sqrt{4x^2-1}-4x\right)}$. — **1pt**

b- En déduire le tableau de variation de f . — **1pt**

3) *Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera.* — **1,5pt**

4) *Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$* — **1,5pt**

WWW.GUESSMATHS.CO

WWW.GUESSMATHS.CO