Série n ° 4 d'exercices sur « Généralités sur les fonctions »

1ére Bac Sc Exp

FONCTION PÉRIODIQUE

EXERCICE 1

1) Montrer que T est une période de la fonction f dans chacun des cas suivants:

a) $f(x)=\sin(2x)$ et $T=\pi$

b) $f(x)=\cos(\pi x)$ et $T=2$

b) $f(x)=\dfrac{1}{1+sin^2(x)}$ et $T=\pi$.

EXERCICE 2

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

- *f est périodique de période 1 ;*
- *Pour tout $x\in[0;1[$; $f(x)=3x$.*

1) Représenter graphiquement la restriction de la fonction f sur l'intervalle $[-6;6]$.

2) Calculer $f\left(\dfrac{45}{2}\right)$ et $f\left(\dfrac{2018}{3}\right)$

3) Calculer $f(x)$ en fonction de x pour tout $x\in[2018;2019[$

EXERCICE 3

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$

1) a) Montrer que f est minorée par le nombre $-\dfrac{1}{2}$ est-il le minimum absolu de f ?

b) Montrer que f est majorée par le nombre $\dfrac{1}{2}$ est-il le maximum absolu de f ?

2) Soit a et b deux réels distincts.

a) Montrer que : $\dfrac{f(a)-f(b)}{a-b}=\dfrac{1-ab}{(a^2+1)(b^2+1)}$

b) En déduire les variations de la fonction f sur chacun des intervalles $[0;1]$ et $[1;+\infty[$.

3) Vérifier que la fonction f est impaire.

4) Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 4

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\sqrt{x^2-x}$

1) Montrer que l'ensemble de définition de f est $D_f=]-\infty;0]\cup[1;+\infty[$.

2) Soit a et b deux réels distincts.

a) Montrer que : $\dfrac{f(a)-f(b)}{a-b}=\dfrac{a+b-1}{\sqrt{a^2-a}+\sqrt{b^2-b}}$

b) En déduire les variations de la fonction f sur chacun des intervalles $]-\infty;0]$ *et* $[1;+\infty[$.

3) Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$

EXERCICE 5

Les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-5;6]$ sont données par le tableau suivant: :

x	-5		-2		1		6
$f(x)$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	7	$\searrow$	2

A partir de ce tableau, déterminer les variations de la fonction g dans chacun des cas suivants:

1) $g(x)=2f(x)+1$; 2) $g(x)=-3f(x)$

3) $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$; 4) $g(x)=\left(f(x)\right)^2$

5) $g(x)=\sqrt{f(x)}$; 6) $g(x)=\left(f(x)\right)^3$

EXERCICE 6

Soient f et g les fonctions numériques définies par: $f(x)=x^2$ *et* $g(x)=\dfrac{3x}{2x-4}$

1) a) Déterminer D_g *le domaine de définition de g .*

b) Étudier les variations de la fonction g sur D_g .

c) Étudier le signe de $g(x)$ *sur* D_g .

2) Étudier les variations de la fonction f

3) On considère la fonction numérique h définie par : $h(x)=f\circ g(x)$

a) Déterminer D_h *l'ensemble de définition de h*

b) Calculer $h(x)$ *pour tout* $x\in D_h$

c) Montrer que h admet un minimum absolu au point d'abscisse 0

d) Etudier les variations de la fonction h sur les intervalles suivantes $]-\infty;0]$; $[0;2[$ *et* $]2;+\infty[$.

4) Dresser le tableau de variations de h sur D_h.

EXERCICE 7

Soient f et g les fonctions numériques définies par : $f(x)=x^2+2x+1$ *et* $g(x)=\sqrt{x+1}$

(C_f) *et* (C_g) *les courbes représentatives de f et g dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Calculer $f(0)$ *et* $g(0)$.

2) Étudier les variations des fonctions f et g

3) a) Tracer les courbes (C_f) *et* (C_g).

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\le g(x)$

4) Soit h la fonction numérique définie sur $[-1;+\infty[$ *par :* $f(x)=x+2+2\sqrt{x+1}$

a) Vérifier que : $h(x)=f\circ g(x)$

b) Étudier les variations de la fonction h.

EXERCICE 8

Soient f et g les fonctions numériques définies par : $f(x)=x^2-2x$ *et* $g(x)=\sqrt{x}$

1) Étudier les variations des fonctions f et g

2) On considère la fonction numérique h définie par : $h(x)=f\circ g(x)$

a) Déterminer D_h *l'ensemble de définition de h*

b) Calculer $h(x)$ *pour tout* $x\in D_h$

3) Étudier les variations de la fonction h sur chacun des intervalles $[0;1]$ *et* $[1;+\infty[$

4) Montrer que h admet un minimum absolu au point d'abscisse 1 .

On considère la fonction numérique k définie par: $k(x)=g\circ f(x)$

a) Déterminer D_k *l'ensemble de définition de k*

b) Etudier les variations de la fonction k

c) Calculer $k(x)$ *pour tout* $x\in D_k$

EXERCICE 9

Soient f et f les fonctions numériques définies par : $f(x)=\sqrt{x}$ *et* $g(x)=\dfrac{x}{x-1}$.

1) Etudier les variations des fonctions f et g.

2) On considère la fonction numérique h définie par: $h(x)=f\circ g(x)$

a) Déterminer D_h *l'ensemble de définition de h.*

b) Calculer $h(x)$ *pour tout* $x\in D_h$

3) a) Etudier les variations de la fonction h sur chacun des intervalles $]-\infty;0]$ *et* $[1;+\infty[$ *2019 2020*

b) Comparer $\sqrt{\dfrac{2019}{2018}}$ *et* $\sqrt{\dfrac{2020}{2019}}$.

4) On considère la fonction numérique k définie par: $k(x)=g\circ f(x)$

a) Déterminer D_k *l'ensemble de définition de k*

b) Étudier les variations de la fonction k

c) Calculer $k(x)$ *pour tout* $x\in D_k$

EXERCICE 10

Soient f et g les fonctions numériques définies par : $f(x)=\dfrac{x-3}{x+3}$ *et* $g(x)=x^2+2x$

1) Déterminer les variations de f et g

2) On considère la fonction numérique h définie par: $h(x)=f\circ g(x)$

a) Déterminer D_h *l'ensemble de définition de h*

b) Calculer $h(x)$ *pour tout* $x\in D_h$

c) Calculer $h(-3)$ *et* $h(1)$ *; puis interpréter les résultats obtenu graphiquement*

3) a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$ *;* $h(x)<1$.

b) Étudier les variations de la fonction h sur chacun des intervalles $[-1;+\infty[$ *et* $]-\infty;-1]$.

c) En déduire que h est bornée sur $\mathbb{R}$.