



guessmaths

Exercice sur les suites

2^{ème} Bac SM

Pour tout entier naturel non nul on pose : $f_n(x) = \sum_{k=1}^n x^k - a$ (avec $a \in \mathbb{R}^*$)

1/ Etudier le sens de variation de la fonction f_n

2/ En déduire que : $(\exists ! \alpha_n \in \mathbb{R}_+^*) / f_n(\alpha_n) = 0$

3/ Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; \alpha_n \leq a$

4/ Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; f_{n+1}(\alpha_n) \geq 0$

5/ En déduire que la suite (α_n) est décroissante et qu'elle est convergente

6/ soit $\ell = \lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$

a) Vérifier que : $0 \leq \ell \leq 1$

b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; \alpha_n^{n+1} + (a+1)\alpha_n + a = 0$.

c) Montrer que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n^{n+1} = 0$

d) En déduire ℓ .