Série n° 6 exercices « Etude de fonction » **2éme Bac SM**

EXERCICE 1

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{x}{2+\sin\dfrac{1}{x}}$

On note (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

D_1 la droite d'équation $y=\dfrac{x}{3}$, D_2 la droite d'équation $y=x$ et D_3 la droite d'équation $y=\dfrac{x}{2}$

1) a) Démontrer que, sur $[0;+\infty[$, la courbe (C_f) est située entre les droites D_1 et D_2.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$. Proposer alors un prolongement par continuité de la fonction f en 0.

c) Démontrer que les points d'intersection de (C_f) et D_3 ont tous une abscisse comprise entre 0 et $0,35$.

d) Démontrer que les points d'intersection de (C_f) et D_2 ont tous une abscisse comprise entre 0 et $0,25$.

2) a) Démontrer que les points d'intersection de (C_f) et D_1 ont tous une abscisse comprise entre 0 et $0,7$.

b) Démontrer que pour tout réel $x\geq 1$;

$$0<\sin\frac{1}{x}\leq 0,85 \text{ et } \left|f(x)-\frac{x}{3}\right|\geq x10^{-2} .$$

La droite D_1 peut-elle être une asymptote de (C_f) en $+\infty$.

3) a) Déterminer : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\dfrac{x}{2}\right)$

b) En déduire que la courbe (C_f) admet en $+\infty$ une on asymptote oblique dont on précisera une équation.

EXERCICE 2

1) a) Soit $A=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ Calculer A^3 et A^6.

b) En déduire : $\dfrac{A^6-1}{A^6+1}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

2) Soit (E) l'équation : $\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}=\sqrt[6]{1-x^2}$

Prouver qu'une solution de (E) doit appartenir à l'intervalle $]0;1[$ et résoudre l'équation (E).

Indication 2) b) On peut diviser chaque membre par $\sqrt[6]{1-x^2}$ et poser $t=\dfrac{1+x}{1-x}$.

WWW.GUESSMATHS.CO