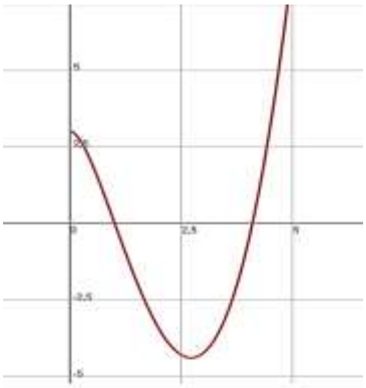
EXERCICE 1

1. Résoudre dans IR l'équation: $\dfrac{e^{x^2-3}}{e^{3x+1}} = \dfrac{e^{x}}{e^{2x^2}}$
2. Résoudre dans IR l'inéquation : $e^{3x-2} \times e^{1-5x} \leq 1$

EXERCICE 2

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x^2(2\ln(x)-3)+3$.
On admet que la fonction f est deux fois dérivable. La courbe représentative (C_f) de la fonction f est donnée ci-dessous dans un repère orthogonal.



1. On note f' la dérivée de la fonction f.
   a. Montrer que pour tout réel x strictement positif, on a : $f'(x) = 4x\ln(x) - 4x$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$.
   c. En déduire le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.
2. Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{D}$ à la courbe (C_f) représentative de la fonction f au point A d'abscisse 1.
3. a. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.
   b. Donner les valeurs, éventuellement arrondies à 10^{-3} près, de chacune des solutions.
4. Étudier les positions relatives de la courbe (C_f) par rapport à sa tangente $\mathcal{D}$.

EXERCICE 3

La fonction f est définie sur $]0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x^2 - 1 + 2x^2\ln x \ ; si\ x \neq 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$

1) a) Montrer que : $\lim\limits_{x\to 0^+} x^2\ln x = 0$.

   b) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, puis Etudier la continuité de f à droite de 0.

   c) Etudier la dérivabilité de f à droite de 0. Donner une interprétation géométrique.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$.

c) En déduire la nature de la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.

EXERCICE 4

f est définie sur IR par : $f(x)=x+\frac{e^x-1}{e^x+1}$

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b)Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(x-1)\right)$, puis donner une interprétation géométrique.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

c) En déduire la nature de la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.

EXERCICE 5

La fonction f est définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=3x-1+\frac{\ln x}{x}$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$, puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Montrer que (C_f) admet une asymptote oblique (Δ) au voisinage de $+\infty$.

c) Etudier la position relative de (C_f) et (Δ).

EXERCICE 6

La fonction f est définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$, puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

c) Etudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.

EXERCICE 7

La fonction f est définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=x^2-1-(\ln x)^2$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$, puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

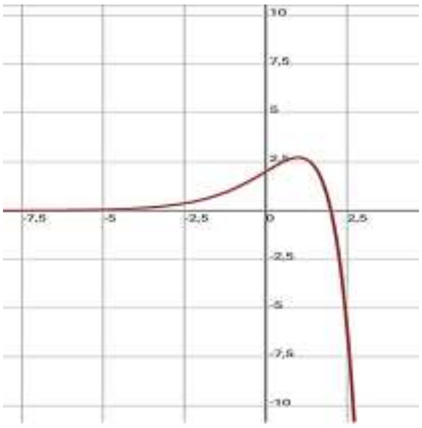
b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

c) Etudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.

EXERCICE 8

Soit f la fonction définie pour tout réel x par : $f(x)=(2-x)e^{x}$.

Sa courbe représentative notée $\left(C_f\right)$ *est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthonormé.*



1. a) *On note* f' *la fonction dérivée de la fonction f.*

   Montrer que pour tout nombre réel x, on a : $f'(x)=(1-x)e^{x}$.

   b) *Étudier les variations de la fonction f.*

2. *Montrer que sur l'intervalle* $[1;2]$ *, l'équation* $f(x)=2$ *admet une solution unique* α .

déterminer la valeur arrondie à 10^{-2} *près de α.*

3. *Déterminer une équation de la tangente* $\mathcal{D}$ *à la courbe* $\left(C_f\right)$ *au point A d'abscisse 0.*

Tracer la droite $\mathcal{D}$ *dans le repère précédent.*

4. a) *On note* f'' *la dérivée seconde de la fonction f. Calculer* $f''(x)$.

   b) *Étudier la convexité de la fonction f.*

   c) *La courbe représentative de la fonction f a-t-elle un point d'inflexion ? Si oui, donner ses coordonnées.*

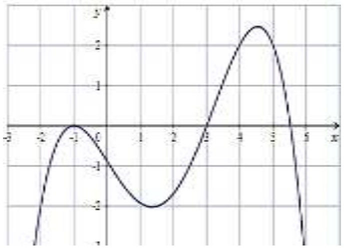
EXERCICE 9

La courbe $\left(C_f\right)$ *tracée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction* f *définie et dérivable sur* $\mathbb{R}$.

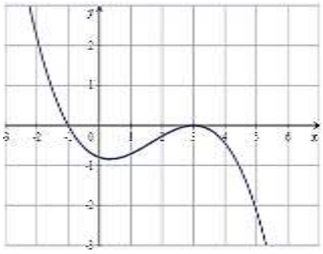
On note f' *la dérivée de la fonction* f *et* F *une primitive de la fonction* f.

1. *Déterminer graphiquement une valeur approchée à l'unité de l'intégrale* $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx$.

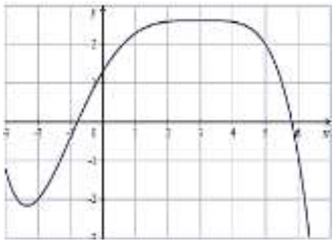
Courbe 1



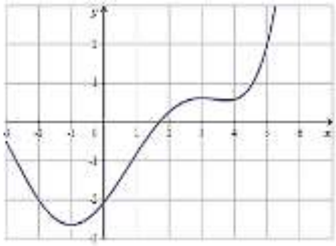
Courbe 2



Courbe 3



Courbe 4



Une des quatre courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' *et une autre celle de la fonction F. Déterminer la courbe associée à la fonction* f' *et celle qui est associée à la fonction F.*

a. *En déduire la valeur de l'intégrale* $\int_{-2}^{5} f(x)\,dx$.

b. *La courbe représentative de la fonction F admet-elle des points d'inflexion ?*