



Ensembles Des Nombres :

Prof : Radouane –Niv : T.C.S :

Résumé de cours :

1) Ensembles : $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{D}$; $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$:

- L'ensemble $\mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers naturels.
- L'ensemble $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des entiers relatifs.
- L'ensemble $\mathbb{D}$ est l'ensemble des nombres décimaux et définis par :

$$\mathbb{D} = \left\{ \frac{a}{10^n} / a \in \mathbb{Z} \text{ et } n \in \mathbb{N} \right\}$$

Un nombre décimal a une écriture avec un nombre fini de chiffres après la virgule.

- L'ensemble $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres rationnels défini par :

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} \text{ et } b \in \mathbb{N}^* \right\}$$

- L'ensemble $\mathbb{R}$ est l'ensemble qui contient les nombres rationnels et irrationnels.

Exemple :

0 est un entier naturel.

-2 est un nombre relatif.

$\frac{1}{4} = 0,25$ est un nombre décimal.

$\frac{1}{3} = 0,333.....3$ n'est pas un nombre décimal

$\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel.

2) Racines carrées :

Définition :

Soit x et y 2 réels positifs.

$x = y^2$ équivaut à $y = \sqrt{x}$

Propriétés :

➤ Pour tout réel positif x :

$$(\sqrt{x})^2 = \sqrt{x^2} = x$$

➤ $\sqrt{x^2} = -x$ si $x \leq 0$

➤ $\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$ ($x \geq 0$ et $y \geq 0$)

➤ $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ ($x \geq 0$ et $y > 0$)

3) Puissances dans $\mathbb{R}$:

Définition :

Soit a un réel et n un entier naturel non nul.

- Par convention : si $a \neq 0$
- $a^0 = 1$ et $a^1 = a$

$$\blacksquare \quad a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$

Propriétés :

Pour tout a et b de $\mathbb{R}^+$ et m, n de $\mathbb{Z}$; on a :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}; \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n$$

Si $a \neq 0$ alors $a^{-1} = \frac{1}{a}$

$$\checkmark \quad x = a \times 10^p \quad (1 \leq a < 10)$$

Est l'écriture scientifique de x avec :

$$p \in \mathbb{Z} \text{ et } a \in \text{ID}$$

4) Développement-factorisation et Identités remarquables :

4-1) Développement-factorisation :

- Développer un produit signifie le transformer en somme de termes.
- Factoriser une somme signifie le transformer en produit de facteurs.

4-2) Identités remarquables :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Exemple :

$$(1+x)^3 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$$

$$\begin{aligned} (2y-1)^3 &= (2y)^3 - 3 \times (2y)^2 \times 1 + 3 \times 2y \times 1^2 - 1^3 \\ &= 8y^3 - 12y^2 + 6y - 1 \end{aligned}$$