



guessmaths

Exercice « fonction logarithmique »

2^{ème} Bac SM

Soit la fonction f définie sur $]-\infty; -1[\cup]0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

On désigne par (C_f) la suite représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Partie A :

1. a) Montrer que f est continue à droite en 0
b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
3. Calculer $f'(x)$ et étudier le sens de variation de f ; puis dresser son tableau de variation
4. Tracer la courbe (C_f) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Partie B :

On considère la fonction g telle que : $g(x) = f(-1-x)$

1. Déterminer le domaine de définition de g
2. montrer que les courbes de g et f sont symétrique par rapport à Δ ; la droite dont on précisera une équation
3. a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; f(n) < 1 < g(n)$
b) En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < e < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$