Exercice 1 :

Soit f une fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x-3}$

et soit (C_f)sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) déterminer les limites aux bornes de D_f

2) déterminer les réels a et b tel que : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-3}$; $\left(\forall x\in D_f\right)$

3) étudier les branches infinies de la courbe (C_f).

4) étudier les variations de f et dresser le tableau de variation de f.

5) montrer que le point $\Omega(3;4)$est un centre de symétrie de (C_f)

6) calculer $f''(x)$; $\left(\forall x\in D_f\right)$et étudier la concavité de la courbe de f .

7) étudier la position de courbe (C_f)et son asymptote oblique (Δ)

8) Déterminer les points d'intersection de la courbe (C_f)avec les axes du repère

9) déterminer l'équation de la tangente (T)à la courbe (C_f)en $x_0=2$

10) tracer la courbe (C_f)

Exercice 2 :

Soit la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :$h(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

et soit (C_f)sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. Déterminer le domaine de définition de h et étudier sa parité.
2. Etudier les limites en $+\infty$ et $-\infty$
3. Déterminer la fonction dérivée de la fonction h et dresser le tableau de variations
4. Déterminer l'équation de la tangente T en $O(0;0)$
5. Etudier la position relative de T et la courbe(C_f)
6. Tracer la courbe (C_f)

Exercice 3:

Soit la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x)=x+\frac{1}{2}+\frac{1}{x^2+1} & si\ \ x\leq 0 \\ f(x)=\frac{x}{x^2-1}+\frac{3}{2} & si\ \ x>0 \end{cases}$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. Déterminer D l'ensemble de définition de f.
2. Étudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter le résultat.
3. a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x\in D$.

   b) Étudier les variations de f.
4. a) Étudier les branches infinies de (C_f).

   b) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse -1 .

   c) Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion d'abscisse négatif.

   d) Tracer (C_f) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

   On donne : $\frac{\sqrt{3}}{3}\simeq 0,6$; $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$; $\sqrt{10}\simeq 3,1$ et $f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\simeq 0,7$
5. Résoudre graphiquement suivant les valeurs de m l'équation :

   $(x\in \mathbb{R})$; $|f(x)|=m$.

EXERCICE 4

Partie A:

On considère la fonction numérique g définie sur $[-1;+\infty[$ par:

$$g(x)=2(x+1)\sqrt{x+1}-x-\frac{26}{27}$$

1) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x}$; puis donner une interprétation géométrique au résultat.

2) Etudier les variations de g.

3) Déterminer le signe de g(x) sur $[-1;+\infty[$

Partie B :

On considère la fonction numérique f définie sur $]-1;+\infty[$ par:

$$f(x)=x+1-\frac{x}{\sqrt{x+1}}$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et déterminer la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$

3) a) Montrer que pour tout $x \in]-1;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2\left(\sqrt{x+1}\right)^3}$

b) Dresser le tableau de variations de f.

4) Construire la courbe (C_f) dans le repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

5) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = x$

6) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq x$

EXERCICE 5

Parte 1

On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $g(x) = 2 - 6x + 4x\sqrt{x}$

1) a) Montrer que : $\left(\forall x \in \mathbb{R}^+\right)$; $g'(x) = 6\left(\sqrt{x} - 1\right)$

b) dresser le tableau de variation de g.

3) En déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}^+$; $g(x) \geq 0$.

Parte II

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}^+$ par :
$f(x) = (2-2x)\sqrt{x} + x^2 - 2$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) a) vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}^+$; $f(x) = x\sqrt{x}\left(-2 + \dfrac{2}{x} - \dfrac{2}{x\sqrt{x}} + \sqrt{x}\right)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et déterminer la branche infinie au voisinage $+\infty$.

2) Etudier la dérivabilité de f à droite de zéro et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3) a) Montrer que pour tout $x \in]0;+\infty[$; $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2\sqrt{x}}$

b) Dresser le tableau de variations de f.

c) Calculer $f'(1)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

4) Construire la courbe (C) dans le repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

5) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = x$

6) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq x$

7) A partir de la courbe (C), construire la courbe représentative de la fonction

$$h : \begin{array}{l} \mathbb{R}^- \to \mathbb{R} \\ x \mapsto f(|x|) \end{array}.$$

On admet $f(2{,}95) = 0$