Exercice 1

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

- $f(x)=\dfrac{3x-1}{x-2}$
- $g(x)=\dfrac{x-6}{2x+4}$
- $h(x)=\sqrt{x^2-6x+5}$
- $i(x)=\dfrac{4x-1}{x^2-x-2}$
- $j(x)=\dfrac{3x-1}{\sqrt{2-5x}}$
- $k(x)=\sqrt{\dfrac{2x-1}{3x+2}}$
- $l(x)=\dfrac{-7x}{|x|-1}$
- $m(x)=\dfrac{-x-5}{\cos x-1}$
- $n(x)=\dfrac{3\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}$

Exercice 2

Les fonctions f *et* g *sont-elles égales ?*

$f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x-2}}$ et $g(x)=\dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-2}}$

Exercice 3

Étudier la parité des fonctions suivantes :

- $f(x)=3x^2-3|x|+2$
- $g(x)=-4x+\dfrac{1}{x}$
- $h(x)=x|x|+3x$
- $i(x)=(x-2)(x+2)$
- $j(x)=|x+3|-|x-3|$
- $k(x)=\dfrac{\sin x}{x}$
- $l(x)=\dfrac{1}{x^2}-3\cos x+2$
- $m(x)=2\cos x-1$

Exercice 4

Soit f *la fonction définie sur* $\mathbb{R}$ *par :*

$f(x)=|x+2|+|x-2|-|x|$

1) Vérifier que f *est une fonction paire.*

2) Écrire sans valeur absolue.

3) représenter graphiquement la fonction f .

Exercice 5

Étudier le sens de variation de f *sur* I *dans chaque cas suivant :*

1) $f(x)=2x-3$; $I=\mathbb{R}$

2) $f(x)=\dfrac{4}{x}$; $I=]0;+\infty[$

3) $f(x)=x^2-\dfrac{4}{x}$; $I=]0;+\infty[$

Exercice 6

Parmi les fonctions suivantes, quelles sont celles dont les variations correspondent au tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	1	$\nearrow$	

$f(x)=x^2+2x-2$ $\qquad g(x)=-x^2+5x-3$

$h(x)=x^2-2x+5$ $\qquad i(x)=x^2-8x+17$

$j(x)=(x-4)^2+1$

$k(x)=(2x-7)(x+3)$

Exercice 7

Soit f *la fonction définie sur* $\mathbb{R}$ *par :*

$f(x)=x^2-4|x|$

1) Étudier la parité de f

2) a- Soit a *et* b *deux nombres distincts de l'intervalle* $[0,+\infty[$

Montrer que le taux de variation de f *entre* a *et* b *est :*

$T(a,b)=a+b-4$

b -Donner le sens de variation de f *sur chacun des intervalles* $[0,2]$ *et* $[2,+\infty[$.

3) En déduire le sens de variation de f *sur chacun des intervalles* $]-\infty,-2]$ *et* $[-2,0]$.

4) Donner le tableau de variation de f *et en déduire le minimum de la fonction* f .

Exercice 8

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$

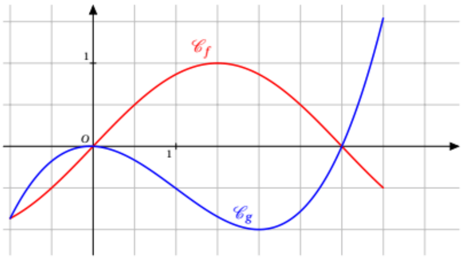
et soit (C) sa courbe représentative dans un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de f .
2) a- Vérifier que : pour tout x de D_f , on a :
3) a- $f(x) = 2 - \dfrac{3}{x+1}$
   b- Donner la nature de (C) et ses éléments caractéristiques.
3) Déterminer l'intersection de (C) avec les axes du repère $\left(0,\vec{i},\vec{j}\right)$.

Construire (C) dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

Exercice 9

f et g sont deux fonctions définies sur l'intervalle $\left[-1;\dfrac{7}{2}\right]$ dont les courbes représentatives sont représentées ci-dessous.



À l'aide du graphique répondre aux questions suivantes. Les réponses seront données avec la précision permise par le graphique.

1. Déterminer l'image de $-\dfrac{1}{2}$ par la fonction f.
2. Déterminer $f\left(\dfrac{3}{2}\right)$
3. Déterminer le nombre d'antécédents de 0,5 par la fonction f.
4. Résoudre l'équation $g(x) = 0$.
5. Sur l'intervalle $\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right]$ déterminer les extrema de la fonction g.
   Vous préciserez leur valeur et en quelles valeurs ils sont atteints.
   a. Construire le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle $\left[-1;\dfrac{7}{2}\right]$.
   b. À partir du tableau de variation de la fonction g, comparer les nombres $g(12)$ et $g(32)$ d'une part et $g(52)$ et $g(3)$ d'autre part.
   Résoudre l'inéquation $g(x) \leqslant 0$.
   Résoudre l'inéquation $f(x) > g(x)$

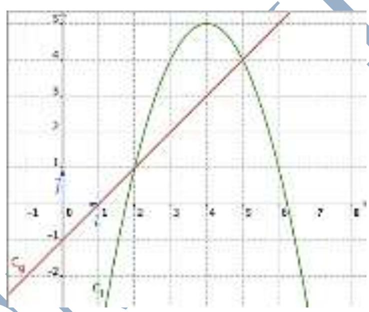
Exercice 10

Etudier la position de deux courbes

Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = -x^2 + 8x - 11$ et $g(x) = x - 1$.
Etudier la position relative des courbes représentatives C_f et C_g.

Correction

On va étudier le signe de la différence $f(x) - g(x)$



$f(x) - g(x) = -x^2 + 8x - 11 - x + 1 = -x^2 + 7x - 10$
Le discriminant du trinôme $-x^2 + 7x - 10$ est :
$\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times (-10) = 9$
Le trinôme possède deux racines distinctes :

$x_1 = \dfrac{-7-\sqrt{9}}{2\times(-1)} = 5$ et $x_2 = \dfrac{-7+\sqrt{9}}{2\times(-1)} = 2$.

On dresse le tableau de signes du trinôme $-x^2 + 7x - 10$

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f(x)-g(x)$		-	0	+	0	-	

On conclut :
La courbe C_f est en dessous de la courbe C_g pour tout x de $\left]-\infty;2\right] \cup \left[5;+\infty\right[$.
La courbe C_f est en dessus de la courbe C_g pour tout x de $[2;5]$.