Devoir n°2(2) *1^{er} Semestre* *Tronc Commun*

Matière : Mathématiques *Année scolaire : 2021/2022*

Exercice 01 (Arithmétique dans IN)

***I.** Soient n, m des entiers naturels.*

1) Étudier la parité des nombres suivants :

$2n+11$; $2^{n+1}+1$; $4n^2+2n+1$; $(n+1)(n+2)$; n^2+5n+3 ; $(n^2+3n+4)^{2021}$; $3^{2n}+1$

2) a- Vérifier si 371 *et* 15201 *sont des nombres premiers ou non (Justifier!).*

b-Soit p un nombre premier tel que $p\geq 3$ *, montrer que* $p^{2021}+2021$ *n'est pas un nombre premier.*

3) Montrer que $n(n+1)(n+2)$ *est un multiple de 6.*

4) Montrer que $PGCD(2n+1;3n+2)=1$.

5) Déterminer toutes les valeurs possibles de n pour que $\frac{n+15}{n+2}\in \mathbb{N}$.

6) a- Vérifier que : $nm-5n-2m+10=(n-2)(m-5)$.

b- Déterminer tous les couples des entiers naturels $(n;m)$ *tels que :* $nm-5n-2m+10=2$.

***II.** On considère les trois nombres :* $X=2^2\times 5^3\times 6^2$; $Y=2^2\times 3^5\times 5\times 7^3$ *et* $Z=600$.

1) Donner la décomposition en produit de facteurs premiers de X.

2) Déterminer le $PGCD(X;Y)$ *et* $PPCM(X;Y)$.

3) Décomposer le nombre Z en produit de facteurs premiers, puis montrer qu'il admet 24 diviseurs et déterminer ces diviseurs.

4) Simplifier les deux nombres $\sqrt{XYZ}$ *et* $\frac{YZ}{X}$.

5) Montrer que $\sqrt{5X}\in \mathbb{N}$.

6) Déterminer le plus petit entier naturel n pour que nY soit un carré parfait.

7) Déterminer le plus petit entier naturel m pour que mX soit un cube d'un entier naturel.

Exercice 02 (Calcul vectoriel dans le plan)

Soient ABC un triangle et E, F et P trois points dans le plan tels que

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

1) Montrer que : $\overrightarrow{CP}=2\overrightarrow{CB}$.

2) Construire la figure (Le triangle ABC, les points E, F et P).

3) a- Montrer que $\overrightarrow{EF}=-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$ *et que* $\overrightarrow{PF}=4\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AB}$.

b- Déduire que les points E, F et P sont alignés.

c- Déduire de E est le milieu du segment $[FP]$.

4) Montrer que les deux droites (AC) *et (PE) sont sécantes en F.*

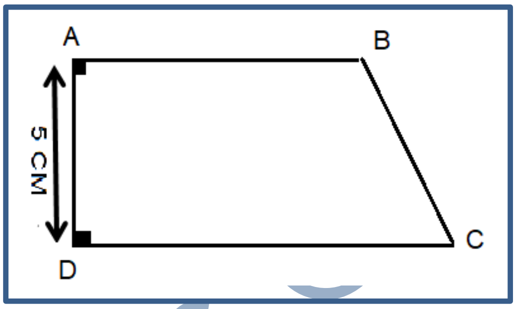
5) a-Construire le point G tel que : $\overrightarrow{PG}=2\overrightarrow{BE}$.

b- Montrer que $(AF)\parallel(PG)$.

<u>Exercice 03</u> (Projection dans le plan et théorème de Thalès)

Soient ABCD un trapèze rectangle (voir figure), tels que : $AD = 5\ cm$, *et M un point du plan tel que :* $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC}$

Soient N le projeté de M sur (AB) *parallèlement à* (BC), *et P le projeté orthogonal de M sur* (DC) .



1) Construire la figure (le trapèze, les points M, N et P).

2) Montrer que : $\overrightarrow{AN} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ *et que :* $\overrightarrow{MN} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

3) Calculer la distance MP.

4) Montrer que : $3\overrightarrow{DB} = 4\overrightarrow{PM} + 9\overrightarrow{AN}$.