Série d'exercices sur les suites numériques 2éme Bac SC.ECO

Exercice 1:

Soit (u_n) un la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$

1) Calculer u_1 et u_2 .

2) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $u_n < 6$.

3) Etudier la monotonie de (u_n).

4) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par: $v_n = u_n - 6$

a) Calculer v_0 et v_1 ..

b) Montrer que (v_n) est une suite géométrique .

c) Exprimer v_n en fonction de n .

d) En déduire u_n en fonction de n.

5) Exprimer S_n et w_n en fonction de n :

$S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ et $w_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

6) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$; $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$; $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$.

Exercice2 :

On définit la suite (u_n) par : $\begin{cases} u_0 = 13 \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5} \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$.

– la suite (S_n) par: pour tout entier naturel n, $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = u_0 + u_1 + ... + u_n$

1) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n = 1 + \frac{12}{5^n}$.

En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

2) a. Déterminer la monotonie de la suite (S_n).

b. Calculer S_n en fonction de n.

c. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

Exercice 3 :

Soient (u_n) et (v_n) deux suites tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_0 = 1$; $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n}$ et $v_n = \frac{u_n + 1}{u_n}$

1) Calculer u_1 et v_0.

2) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison 2 .

3) Exprimer v_n en fonction de n .

4) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

5) Exprimer S_n en fonction n: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.

6) En déduire la valeur de S : $S = v_0 + v_1 + ... + v_{99}$

7) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$; $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

WWW.GUESSMATHS.CO

Exercice 4:

Soit (u_n) *une suite définie par:* $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n} \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

1) a) *Montrer que :* $(\forall n \in \mathbb{N})\ ; u_n > 1$.

b) *Etudier la monotonie de la suite* (u_n).

2) *Soit* (v_n) *une suite tel que pour tout* $n \in \mathbb{N}$: $v_n = 3 + \dfrac{1}{u_n - 1}$

a) *Montrer que la suite* (v_n) *est arithmétique dont-on précisera son premier terme et sa raison.*

b) *Exprimer* v_n *puis* u_n *en fonction de n.*

c) *Déterminer* $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

Exercice 5:

Soit (u_n) *la suite réelle définie sur* $\mathbb{N}$ *par :* $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{1+u_n}{\sqrt{3+u_n^{\,2}}} \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

1) *Montrer que :* $(\forall n \in \mathbb{N});\ \ 0 \le u_n \le 1$

2) a) *Montrer que :* $(\forall n \in \mathbb{N});\ u_{n+1} \ge \dfrac{1+u_n}{2}$

b) *Etudier la monotonie de la suite* (u_n).

3) a) *Vérifier que :* $(\forall n \in \mathbb{N})\ ;\ 1 - u_{n+1} \le \dfrac{1}{2}(1-u_n)$.

b) *En déduire que* $(\forall n \in \mathbb{N});\ u_n \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

c) *calculer la limite de la suite* (u_n).

Exercice 6:

On considère la suite réelle (u_n) *définie sur IN par :* $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{u_n} \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

1) a- *Montrer que :* $(\forall n \in \mathbb{N});\ u_n \ge 0$.

b- *Montrer que:* $(\forall n \in \mathbb{N});\ u_{n+1} - u_n = \dfrac{-u_n(1+u_n)}{2+u_n}$

c- *Etudier la monotonie de la suite* (u_n).

2) *Soit* (v_n) *la suite réelle définie par :* $v_n = \dfrac{u_n}{1+u_n}$.

a- *Montrer que* (v_n) *est une suite géométrique de raison* $\dfrac{1}{2}$.

b- *Exprimer* v_n *puis un en fonction de n.*

c- *Calculer la limite de la suite* (u_n).

WWW.GUESSMATHS.CO