

**Exercice 1**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

- 1) Montrer que  $f$  est paire
- 3) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ; puis interpréter géométriquement le résultat.
- 3) Etudier les variations de  $f$ .
- 4) Soit  $g$  la restriction de  $f$  sur l'intervalle  $]1; +\infty[$  .
  - a) Montrer que  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  à déterminer
  - b) Déterminer  $g^{-1}(x)$  pour tout  $x \in J$  .

**Exercice 2**

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + 2$  et  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

- 1) Déterminer  $D_f$  le domaine de définition de  $f$ .
- 2) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 
  - b) Montrer que  $(C_f)$  admet la droite  $(D)$  d'équation  $y = x + 2$  comme asymptote oblique au voisinage de  $+\infty$  .
- 3) Montrer que :  $(\forall x \in D_f - \{-1; 1\}) ; f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$  ; puis dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $D_f$  .
- 4) Soit  $g$  la restriction de  $f$  sur  $]1; +\infty[$  .
  - a) Montrer que  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  à déterminer.
  - b) Déterminer  $g^{-1}(x)$  pour tout  $x \in J$  .
- 5) Tracer  $(C_f)$  et  $(C_g)$  dans le même repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .
- 6) Montrer que  $g^{-1}$  est dérivable sur  $]2; +\infty[$  ; puis déterminer  $(g^{-1})'(x)$  pour tout  $x \in ]2; +\infty[$  .

**Exercice 3**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-2; +\infty[$  par :  $f(x) = \sqrt{x + 2}$

- 1) Etudier les variations de  $f$  sur  $[-2; +\infty[$  .
- 2) Montrer que  $f$  admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  à préciser.
- 3) Déterminer  $f^{-1}(x)$  pour tout  $x \in J$  .

**Exercice 4**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3}$

- 1) Montrer que  $f$  est paire.

- 2) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ; puis interpréter géométriquement le résultat.
- 3) Etudier les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  puis dresser son tableau de variation.
- 4) Donner l'équation de la tangente  $(T)$  à la courbe de  $f$  au point d'abscisse 1.
- 5) Soit  $g$  la restriction de  $f$  à  $]1; +\infty[$ .
- a) Montrer que  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$  définie intervalle  $J$  à déterminer.
- b) Déterminer  $g^{-1}(x)$  pour tout  $x \in J$ .
- 6) Tracer  $(T)$ ;  $(C_f)$  et  $(C_{g^{-1}})$  dans un même repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$