Exercice 01:

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x)=x+2-\sqrt{x^2+2x}$

1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de f

2) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-(2x+3)\right)$;puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.

3) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et à gauche en -2 et interpréter graphiquement les résultats obtenus.

4) a) Montrer que pour tout $x\in D_f$: $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+2x}-(x+1)}{\sqrt{x^2+2x}}$

b) Déduire le signe de $f'(x)$ pour $x\left]-\infty;-2\right]$ et pour $x\in\left[0;+\infty\right[$.

c) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variations.

d) Montrer que $y=\left(2+\sqrt{2}\right)x$ est une équation de la tangente à $\left(C_f\right)$ la courbe représentative de f au point d'abscisse $x_0=-1+\sqrt{2}$.

5) Soit g la restriction de f à $\left[0;+\infty\right[$.

a-Monter que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie dans un intervalle J qu'on déterminera.

b- Calculer $g^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$.

c) Construire sur le même repère $\left(C_f\right)$ la courbe représentative de f et $\left(C_{g^{-1}}\right)$ la courbe représentative de g^{-1}.