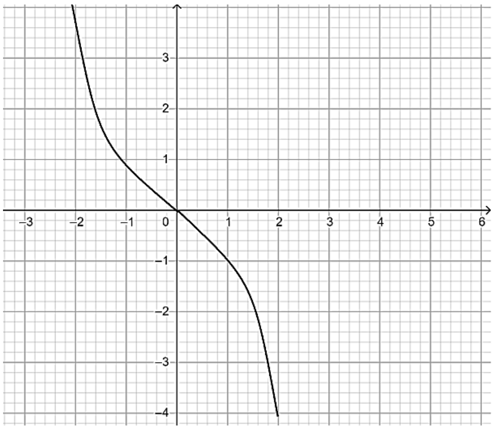
Série n ° 12 d'exercices « Généralités sur les fonction » **1ére Bac S.EXP**

Image d'un intervalle par une fonction

Exercice 1

Soit (C) la courbe de la fonction f :



Déterminer $f([-2;-1])$; $f([-1;1])$; $f([0;1])$ *et* $f([1;2])$.

Exercice 2

Soit f une fonction définie sur $[-2;2]$ *et son tableau de variation est:*

x	-2	-1	0	1	2
f	4 ↘	-2 ↗	0 ↘	-1 ↗	$\frac{1}{2}$

1) Déterminer $f([-2;-1])$; $f([-1;0])$; $f([0;1])$ *et* $f([1;2])$.

2) Déterminer la valeur minimale et la valeur maximale de la fonction f sur $[-1;1]$ *et déduire* $f([-1;1])$.

Opération sur les fonctions-Sens de variations

Exercice 3

Soit f une fonction définie par: $f(x)=\sqrt{x^2+1}$

1) Etudier la parité de la fonction f .

2) Montrer que f est croissante sur $[0;+\infty[$.

3) Déduire le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

1) Déterminer D l'ensemble de définition de la fonction f.

2) Vérifier que $\forall x\in D$; $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x}+1}$

3) Montrer que f est décroissante sur D.

4) Montrer que $\forall x\in D ; 0<f(x)\le 1$.

5) Calculer $f(-1)$ *et déduire que 1 est une valeur maximale de la fonction f sur D.*

Composé de deux fonctions

Exercice 5

Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x)=\sqrt{x-1}$ *et* $g(x)=\dfrac{x}{x+2}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions $f\circ g$ *et* $g\circ f$.

2) Donner l'expression $(f\circ g)(x)$ *pour tout* $x\in D_{f\circ g}$

Exercice 6

Ecrire la fonction f sous forme de la composée de deux fonctions u et v dans les cas suivants :

1) $f(x)=\sqrt{1-2x}$

2) $f(x)=(2x+1)^3$

3) $f(x)=\dfrac{|x|-2}{|x|+3}$

4) $f\ (x)=2\sqrt{x^2+3}$

Exercice 7

Soient f et g deux fonctions définies par : 2x2+1x²+1%3D $f(x)=3x-5$ *et* $g(x)=\dfrac{2x^2+1}{x^2+1}$

1) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ g(x)=1+\dfrac{x^2}{x^2+1}$

2) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ g(x)=2-\dfrac{1}{x^2+1}$ *et déduire que :* $\forall x\in\mathbb{R}\ ;1\leq g(x)\leq 2$.

3) La fonction f est-elle bornée sur $\mathbb{R}$ *?*

4) Montrer que La fonction $g\circ f$ *est bornée sur* $\mathbb{R}$.

5) Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ -2\leq(f\circ g)(x)\leq 1$

Exercice 8

On considère la fonction f définie par : $f(x)=x+2-\sqrt{x+2}$

1) a) Déterminer D l'ensemble de définition de la fonction f.

b) Montrer que : $\forall x\in D\ ;\ f(x)\geq -\dfrac{1}{4}$.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ *l'équation* $f(x)=2$.

2) Soient u et v deux fonctions définies par : $u(x)=x^2-x$ *et* $v(x)=\sqrt{x+2}$.

a) Déterminer les variations de la fonction v sur son ensemble de définition et représenter sa courbe dans un repère.

b) Déterminer graphiquement $v([-2;0])$ *et* $v([2;+\infty[)$.

c) Donner le tableau des variations de la fonction v sur $\mathbb{R}$.

d) Vérifier que : $\forall x\in D;\ f(x)=(u\circ v)(x)$ *et déduire la monotonie de f sur chacun des intervalles* $\left[-2;-\dfrac{7}{4}\right]$ *et* $\left[-\dfrac{7}{4};+\infty\right[$.

Exercice 9

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x) = x^2 + 2x$

a) Déterminer la monotonie de la fonction f sur $\mathbb{R}^+$.

b) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^+ ; f(x) \geq 0$.

2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $g(x) = -1 + \sqrt{1+x}$

a) Déterminer la monotonie de la fonction g sur $\mathbb{R}^+$

b) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^+ ; g(x) \geq 0$.

3) Calculer $(f \circ g)(x)$ et $(g \circ f)(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}^+$.

4) Représenter dans le même repère orthonormé les courbes (C_f) ; (C_g) et la droite d'équation $y = x$.

Exercice 10

Soit f une fonction définie sur $[-4;4]$ et son tableau de variation est :

x	-4		1		2		3		4
f	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\searrow$	2

D'après le tableau des variations déterminer le signe de f.

Déterminer le tableau des variations de la fonction g dans chacun des cas suivants:

1) $g(x) = 2f(x) + 3$

2) $g(x) = -f(x) + 2$

3) $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$

4) $g(x) = (f(x))^2$

5) $g(x) = (f(x))^3$

6) $g(x) = \dfrac{f(x)+1}{f(x)+4}$

Remarque : on peut remarquer que $g = u \circ f$ avec $u(x) = x^2$ (dans 4)).

Exercice 11

On considère les fonctions f et h définies par: $f(x) = \sqrt{x+2}$ et $h(x) = \dfrac{1}{2}\sqrt{x^3+8}$

1) Déterminer D l'ensemble de définition de la fonction f.

2) Calculer $h(a) - h(b)$ pour tous a et b de D et donner le tableau de variations de la fonction h.

3) Déterminer la fonction g telle que : $\forall x \in D$; $h(x) = f \circ g(x)$.

4) Vérifier que le point $A(2;2)$ appartient aux courbes (C_f) et (C_g).

a) Représenter dans le même repère orthonormé les courbes (C_f) et (C_g).

b) Résoudre graphiquement 1'inéquation : $x^3 - 4\sqrt{x+2} \geq 0$.