Devoir Surveillé n°2 :

Exercice 1 : (5pts)

1) Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-5}}$; *b)* $g(x)=\dfrac{\sqrt{x+4}}{x^2+x-6}$; *c)* $h(x)=\begin{cases}\dfrac{x+5}{x^2-4}\ ;\ si\ x>0\\ \sqrt{x+3}\ ;\ si\ x\leq 0\end{cases}$

b) Comparer les 2 fonctions suivantes et étudier l'intersection de (C_f) *et* (C_g)

$$f(x)=2x+5 \ \ et \ \ g(x)=\frac{3x+1}{x+2}$$

Exercice 2 : (4,5pts)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x)=\frac{-2x^2-1}{x^2+1}$$

1) Montrer que f est paire

2) Montrer que f est minorée par -2 et majorée par -1

3) Montrer que -1 est la valeur maximale de f sur $\mathbb{R}$

4) Est-ce que -2 est la valeur minimale de f sur $\mathbb{R}$

5) Vérifier que pour tout $x\in\mathbb{R}$; $f(x)=-2+\dfrac{1}{x^2+1}$

6) Etudier la monotonie de f sur $\mathbb{R}^+$ *puis sur* $\mathbb{R}$

Exercice 3 : (10,5pts)

Soient f et g des fonctions définies par :

$$f(x)=x^2-2x \ \ et \ \ g(x)=\frac{-2x-1}{-2x+1}$$

1) Déterminer D_f *et* D_g *les domaines de définition de f et g ;*

Puis dresser les tableaux de variation de f et g

2) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}\ g(x)=f(x) \Leftrightarrow -2x^3+5x^2+1=0$

3) Déterminer l'image de $]-1;2]$ *par f.*

4) On considère les fonctions h et t définies par :

$$h(x)=\frac{1-2\sqrt{x}}{x} \text{ et } t(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$$

a) Déterminer D_h *le domaine de définition de h*

b) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}^{+}; h(x)=f \circ t(x)$

c) Montrer que la fonction t est décroissante sur $]0;+\infty[$

d) Montrer que : $t(]1;+\infty[) \subset]0;1[$ *et en utilisant la composée de 2 fonctions, déterminer la monotonie de h sur* $]1;+\infty[$

e) Montrer que : $t(]0;1[) \subset]1;+\infty[$ *et en utilisant la composée de 2 fonctions, déterminer la monotonie de h sur* $]0;1[$