Série n°9 sur « les suites numériques » 1ére Bac Sc.Exp

Calculer la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique

Exercice 1

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0.

On pose : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$. où $n \in \mathbb{N}$.

Les questions 1. et 2. sont indépendantes.

1. On suppose que : $u_0 = 3$ et $q = 5$.

Calculer u_1, u_4 et S_{10}.

2. On suppose que : $u_5 = 486$ et $u_7 = 4374$ et $q > 0$.

Calculer u_0 et u_{10} .

Correction

1. On a : $u_n = u_0 q^n = 3 \times 5^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Donc : $u_1 = u_0 q^1 = 3 \times 5^1 = 15$

$$u_4 = u_0 q^4 = 3 \times 5^4 = 1875 \text{ et } S_n = u_0 \times \left(\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \right) = 3 \times \left(\frac{1 - 5^{n+1}}{-4} \right) = -\frac{3}{4} \times \left(1 - 5^{n+1}\right)$$

Par suite : $S_{10} = -\frac{3}{4} \times \left(1 - 5^{10+1}\right) \simeq 5,9 \times 10^7$

2. On a : $u_n = u_p q^{n-p}$

donc : $u_7 = u_5 q^2$; d'où : $q^2 = \frac{u_7}{u_5} = \frac{4374}{486} = 9$ et comme $q > 0$ alors : $q = 3$ et on a : $u_n = u_0 q^n$

d'où : $u_0 = \frac{u_n}{q^n} = \frac{u_5}{3^5} = \frac{486}{243} = 2$

On a : $u_n = u_0 q^n$

Donc : $u_{10} = u_0 q^{10} = 2 \times 3^{10}$.