Exercices sur l'arc tangente et Intégrale 2éme Bac SM

Exercice 1

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = x\arctan\left(\dfrac{1}{x}\right) & si \quad x \neq 0 \\ f(0) = 0 & si \quad x = 0 \end{cases}$

On note C_f *sa courbe représentative dans un repère orthonormé.*

1. *f est-elle continue sur* $\mathbb{R}$ *?*
2. *f est-elle dérivable sur* $\mathbb{R}$ *?*
3. *Déterminer* $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
4. *Montrer que pour tout réel x strictement positif, on a :* $\dfrac{x}{x^2+1} < \arctan\left(\dfrac{1}{x}\right)$
5. *En déduire le sens de variation de f sur* $\mathbb{R}$ *et dresser son tableau de variations.*
6. *Donner les équations des demi-tangentes à la courbe* C_f *au point d'abscisse 0.*
7. *Tracer la courbe* C_f

Exercice 1

On note I l'intervalle $]0;+\infty[$ *et on considère la fonction F définie sur I par :*

$$F(x) = \int_{\ln(2)}^{x} \frac{dt}{\sqrt{e^t - 1}}$$

1. a. *Etudier le signe de* $F(x)$ *pour tout réel x dans I.*

   b. *Montrer que F est dérivable sur I et donner l'expression de* $F'(x)$ *pour tout réel x dans I.*

   c. *Montrer que F est strictement croissante sur I.*

2. a. *À l'aide d'une intégration par changement de variable en posant* $u = \sqrt{e^t - 1}$*, montrer que pour tout réel x dans I, on a* $\displaystyle\int_{\ln(2)}^{x} \frac{dt}{\sqrt{e^t - 1}} = 2\arctan\left(\sqrt{e^x - 1}\right) - \frac{\pi}{2}$

   b. *Calculer les limites :* $\lim\limits_{x \to 0^+} F(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x)$

3. a. *Montrer que F réalise une bijection de I vers un intervalle J que l'on précisera.*

   b. *Déterminer l'expression de la bijection réciproque* F^{-1} *de F.*

www.guessmaths.co E-mail : abdelaliguessouma@gmail.com whatsapp : 0604488896