BAC PC-SVT MATHS

Sujet de révision n°3

Exercice 1

Calculer les intégrales suivantes :

•) $A=\int_{3}^{4}\frac{1-x}{x^{2}-2x}\,dx$ •) $B=\int_{0}^{\ln 2}\frac{e^{2x}}{\left(e^{2x}+3\right)^{3}}\,dx$

•) $C=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{1+2\sin x}\,dx$ •) $D=\int_{1}^{e}\frac{2}{x\sqrt{1+\ln x}}\,dx$

Exercice 2

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=\frac{1+\ln x}{\sqrt{x}}$.

Et soit (C_g) sa courbe dans un repère orthonormé $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) a) En intégrant par parties montrer que : $\int_{1}^{e^{2}}\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx=4$.

b) Déterminer la valeur de : $\int_{1}^{e^{2}}g(t)\,dt$

c) Déduire la valeur moyenne de la fonction g entre 1 et e^2 .

2) a) Déterminer le volume du solide engendré par la rotation de (C_g) autour de l'axe des abscisses en un tour complet sur l'intervalle $[1;e^{2}]$.

Problème

Partie I

On considère la fonction g définie sur IR par : $g(x)=e^{x}(2x+1)-1$.

1. Calculer : $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.
2. a) Calculer $g'(x)$ puis dresser le tableau de variation de g .

   b) Calculer g(0) puis déduire le signe de g(x) sur IR .

Partie II

On considère la fonction f définie sur IR par :

$f(x)=x\left(e^{x}-1\right)^{2}$

1 . Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$, puis déduire la branche infinie de la courbe de f au voisinage de $+\infty$.

2. Calculer : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$; puis montrer que la droite d'équation y=x est une asymptote oblique à La courbe de f au voisinage de - ∞ .

3. a) Montrer que : $\left(\forall x \in \left]0;+\infty\right[\right) \quad f'(x)=\left(e^{x}-1\right)g(x)$.

   b) Déduire que f est croissante puis dresser son tableau de variation .

4. Construire la courbe $\left(C_f\right)$ dans un repère orthonormé $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$.

5 . a) Montrer en utilisant une intégration par parties que : $\int_0^1 x\left(e^{2x}-2e^{x}\right)dx=\dfrac{e^2-7}{4}$.

   b) Déduire l'aire de la partie du plan délimitée par $\left(C_f\right)$;l'axe des abscisses et les droites d'équations x=0 et x=1 .