Exercices sur les suites numériques **2éme Bac SM**

Exercice 1

Pour tout entier $n \geq 1$, on pose : $H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$; $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{k}$ et $T_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \cos\left(\frac{2k\pi}{3}\right)$

1) Montrer que les suites $(S_{2n})_{n\geq1}$ et $(S_{2n+1})_{n\geq1}$ sont adjacentes

2) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $S_{2n} = H_{2n} - H_n$

3) Déterminer $\lim_{n\to+\infty} S_n$

4) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $T_{3n} = \frac{1}{2}H_n - \frac{1}{2}H_{3n}$ et préciser sa limite

5) Montrer que la suite $(T_{3n})_{n\geq1}$ est Convergente et préciser sa limite.

6) Montrer que la suite $(T_{3n})_{n\geq1}$ est convergente et préciser sa limite.

Exercice 2

Pour $n \in \mathbb{N}^*$; calculer les sommes suivantes :

1) $S_n = \sum_{k=1}^{n} \ln\left(1+\frac{1}{k}\right)$ 2) $S_n = \sum_{k=0}^{n} \left(2^k + 4k + n - 3\right)$ 3) $S_n = \sum_{k=0}^{n} \left(2^k 3^{n-k}\right)$

4) $S_{28} = \sum_{k=4}^{32} \frac{k-5}{6}$ 5) $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{(k+1)!}$ 6) $S_n = \sum_{k=1}^{n} k \times k!$

Exercice 3

Pour $n \in \mathbb{N}^*$; calculer le produit : $P_n = \prod_{k=2}^{n} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$

Exercice 4

1- A l'aide d'un changement d'indice retrouver la somme $S_n = \sum_{k=0}^{n} k$

2- En observant que $(k+1)^3 = k^3 + 3k^2 + 3k + 1$; retrouver la somme $S_n = \sum_{k=1}^{n} k^2$

Exercice 5

Pour un entier naturel n non nul ; on considère la somme suivante : $S = \sum_{k=0}^{2n} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$

Grâce à un changement d'indice ; montrer que $S = -S$; puis déduire que $S = 0$

Exercice 6

Montrer que pour tout $n \geq 1$; $\left(\sum_{k=1}^{n} k\right)^2 = \sum_{k=1}^{n} k^3$.