

EXERCICE 1

Soit ABC un triangle isocèle de sommet A tels que: $AB=1\text{cm}$; $BC=\sqrt{2}\text{cm}$ et I le milieu du segment $[BC]$.

On considère les points J et K définis par : $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$

1. Construire les points J et K.
2. Montrer que : $J = \text{Bar} \{(A;a);(C;c)\}$ en déterminant les coefficients a et c.
3. Construire le barycentre G des points pondérés $(A;4)$; $(B;3)$ et $(C;-1)$.
4. Le plan est muni au repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$.
 - a) Déterminer les coordonnées des point I ; J ; K et G.
 - b) Montrer que les points I ; J et K sont alignés.
 - c) Déterminer puis construire l'ensemble (E_1) des points M dans le plan tel que :

$$\|4\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$
 - d) Soit (E_2) l'ensemble des points M dans le plan tel que :

$$\|4\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|4\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$$
 - i. Vérifier que $B \in (E_2)$
 - ii. Montrer que $M \in (E_2) \Rightarrow GM = \frac{\sqrt{10}}{6}$ puis construire (E_2) .

EXERCICE 2

1. On considère M ; E et N trois points non alignés.
Soit H le barycentre du système $\{(M;3);(E;1);(N;1)\}$; Q celui de $\{(M;3);(N;1)\}$ et R celui de $\{(M;3);(E;1)\}$
 - a) Démontrer que les droites (EQ) et (NR) passent par H.
 - b) Soit P le milieu du segment $[EN]$.
 - i. Prouver que M ; P et H sont alignés.
 - ii. Exprimer $\overrightarrow{PH}$ en fonction de $\overrightarrow{PM}$
- 2) On donne un triangle rectangle direct ABC et isocèle en A tel que : $AB = AC = a$; $a > 0$.
 - a) Déterminer le point G barycentre du système $\{(A;4);(B;-1);(C;-1)\}$.
Construire G
 - b) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $4\overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 - \overrightarrow{MC}^2 = 2a^2$
Construite (E).

EXERCICE 3:

ABC est un triangle de centre de gravité G ; G' est le symétrique de G par rapport au milieu de $[BC]$.

1. Montrer que G est le milieu de $[G'A]$
2. Justifier que: $\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{G'B} + \overrightarrow{G'C}$.
3. Exprimer $\overrightarrow{G'A}$ en fonction de $\overrightarrow{G'B}$ et $\overrightarrow{G'C}$ puis en déduire que G' est barycentre de A ; B et C affectés de coefficients à préciser.

WWW.GUESSMATHS.CO