



Exercice 1

Calculer $\cos x$ et $\sin x$ sachant : $4\sin x + 4\cos x = 5$

Exercice 2

Sachant que : $\sin x + \cos x = a$

Calculer en fonction de a , les expressions :

$A = \cos^3 x + \sin^3 x$ et $B = \cos^4 x + \sin^4 x$.

Exercice 3

Montrer que : $\tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12} = 14$.

Exercice 4

Simplifier l'expression suivante : $A(x) = \frac{1 - 2\cos x + \cos 2x}{1 + 2\cos x + \cos 2x}$ où $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z}$.

Exercice 5

Soit x un réel de $\left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$ et $(a \in \mathbb{R}) / \cos x = \frac{1 - a^2}{1 + a^2}$

Calculer en fonction de a : $\tan x$ et $\sin x$.

Exercice 6***

Soit α un réel tel que : $\alpha \neq 2k\pi / k \in \mathbb{Z}$

On pose : $S_n = \sin \alpha + \sin(2\alpha) + \sin(2\alpha) + \dots + \sin(n\alpha)$

Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; S_n = \frac{\sin \frac{n\alpha}{2} \cdot \sin \frac{(n+1)\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}}$.

Exercice 7

On pose: $A = \sin \frac{\pi}{9} \times \sin \frac{2\pi}{9} \times \sin \frac{3\pi}{9} \times \sin \frac{4\pi}{9}$ et $B = \cos \frac{\pi}{9} \times \cos \frac{2\pi}{9} \times \cos \frac{3\pi}{9} \times \cos \frac{4\pi}{9}$

Montrer que : $A = \frac{3}{16}$ et $B = \frac{1}{16}$

Exercice 8

On pose : $A(x) = \cos 3x + \cos x$ et $B(x) = A(x) + \cos 2x$

1) Montrer que : $B(x) = 4 \cos 2x \cdot \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right)$

2) Dédire les solutions de l'équation : (E) : $\cos 3x + \cos 2x + \cos x = 0$

Exercice 9**

Soit α un nombre réel tel que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; n\alpha \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}$

On pose : $S_n = \frac{1}{\cos \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha \cdot \cos 2\alpha} + \frac{1}{\cos 2\alpha \cdot \cos 3\alpha} + \dots + \frac{1}{\cos(n-1)\alpha \cdot \cos n\alpha}$

1) Montrer que pour tout réels a et b dans $I = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$; on a :

$$\tan a - \tan b = \frac{\sin(a-b)}{\cos a \cdot \cos b}$$

2) Dédire que pour tout $k \in \mathbb{Z}$: $\tan(k-1)\alpha - \tan(k\alpha) = \frac{-\sin \alpha}{\cos(k-1)\alpha \cdot \cos(k\alpha)}$

3) Dédire que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; S_n = \frac{\tan(n\alpha)}{\sin \alpha}$

Exercice 10**

On considère dans \mathbb{R} l'équation : (E) : $\frac{\cos^3 x + \sin^3 x + 2}{\sin x + \cos x} = 3(1 - \sin x \cos x)$

et soit (S) son ensemble de solutions.

1) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\cos^3 x + \sin^3 x = (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x)$

2) on pose : $t = \cos x + \sin x$

a) Montrer que : $|t| \leq \sqrt{2}$

b) Montrer que : $x \in S \Leftrightarrow t^3 - 3t + 2 = 0$

c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $t^3 - 3t + 2 = 0$

Dédire les solutions de l'équation (E).