<u>*Exercices genre olympiade*</u>

<u>*Exercice 1*</u>

1) Déterminer la négation de la proposition suivante $(x;y;z\in\mathbb{R})\ ;x<y\leq z$.
2) Solent a, b et c des nombres réels strictement positif, tels que: $a<2$; $a+b<5$ et $a+b+c<11$.
   Montrer que : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 1$.
3) Soient p et q deux réels strictement positifs. Montrer que : $\frac{1}{2}(p+q)^2+\frac{1}{4}(p+q)\geq p\sqrt{q}+q\sqrt{p}$

4) Montrer que: $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ x^{12}-x^{9}+x^{4}-x+1>0$.

5) Montrer que: $(\forall n\in\mathbb{N}^{*}-\{1\})\ ;\ \left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right).....\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{n+1}{2n}$.

<u>*Exercice 1*</u>

1) Montrer que pour tous a ;b des réels positifs ; on a : $a+b\geq 2\sqrt{ab}$
2) Déduire que pour tous x ;y des réels positifs ; on a : $(1+x)(1+xy)(1+y)\geq 8xy$