Problème

Partie I

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ *; par :* $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) a) Calculer $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

b) Etudier les variations de g ; puis dresser son tableau de variation.

2) a) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α tel que : $0,7<\alpha<0,8$.

b) Déterminer le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie II

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$; par : $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Vérifier que $f(x)$ est définie pour tout $x\in\mathbb{R}$.

2) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3) a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a : $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

b) Déduire que (C_f) admet un asymptote oblique (Δ) dont on déterminera une équation cartésienne.

c) Etudier la position relative de (C_f) et (Δ).

4) a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$, on a : $f'(x)=\dfrac{x\times g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$

b) Déduire le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$, puis dresser le tableau de variation de f.

(on prend $f(\alpha)\simeq-0,1$)

5) Calculer $f(1)$ et résoudre l'équation $f(x)=0$.

6) Construire le Courbe (C_f) et (Δ) dans le repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.