Série n ° 13 « Suites Numériques » **2éme Bac PC**

Exercice 1

On considère la suite (u_n) *définie par :* $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n+3}{u_n+4} \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

Soit (v_n) *la suite définie par :* $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

1) *Montrer que* (v_n) *est une suite géométrique*
2) *Exprimer* v_n *en fonction de n ;puis déduire* u_n *en fonction de n*

Exercice 2

(u_n) *et* (v_n) *sont deux suites définies par :* $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+u_n} \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$; $v_n = \dfrac{1}{u_n} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $u_n > 0$.

1) a) *Montrer que* (v_n) *est une suite arithmétique.*
   b) *Calculer* v_n ; *puis* u_n *en fonction de n.*
2) *En déduire la limite de la suite* (u_n).

Exercice 3

Soit $\alpha \in \mathbb{R}^+$ *et la suite* (u_n) *définie sur* $\mathbb{N}^*$ *par :* $u_n = \dfrac{\alpha^2 + (n-1)}{\alpha}$

1) *Montrer que* (u_n) *est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme.*
2) *Pour tout* $n \in \mathbb{N}^*$; *on pose* $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$
   Exprimer S_n *en fonction de* α *et de n.*
3) *Soit* (v_n) *la suite définie sur* $\mathbb{N}^*$ *par :* $v_n = \dfrac{S_n}{n^2}$
   Montrer que la suite (v_n) *est convergente et déterminer sa limite.*