Exercices série n°11 sur les fonctions logarithmes

2éme Bac Sc.Eco

Exercice 1

On considère la fonction g définie sur $]-3;3[$ *par :* $g(x)=\ln\left(\frac{3+x}{3-x}\right)$

1) Etudier la parité de g

2) a) Calculer $\lim_{x\to -3^+} f(x)$ *et* $\lim_{x\to 3^-} f(x)$

b) Etudier les variations de g sur $[0;3[$.

c) En déduire le tableau de variation de g sur $]-3;3[$.

3) On note (C) *la courbe représentative de g dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$

a) Déterminer une équation de la tangente T *à* (C) *au point d'abscisse* 0.

b) Tracer T *et* (C)

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $[1;+\infty[$ *par :* $f(x)=2x\ln x-4x$ *et on désigne par* (C) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) Calculer $f'(x)$ *et étudier son signe*

3) Dresser le tableau de variation de f

4) Déterminer les coordonnées du point A intersection de la courbe (C) *avec l'axe des abscisses*

5) Déterminer une équation de la tangente T *à la courbe* (C) *en ce point A*

6) Etudier le signe de $f(x)$ *suivant les valeurs de x*

7) Représenter graphiquement T *et* (C) *dans le même repère*

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ *par :* $f(x)=x+\frac{1+\ln x}{x}$ *et* (C_f) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ *par :* $g(x)=x^2-\ln x$.

Partie A

1) Donner pour tout $x\in]0;+\infty[$ *l'expression de* $g'(x)$ *la fonction dérivée de g et en déduire le sens de variation de g*

2) Dresser le tableau de variation de g en en déduire le signe de g. (les limites de g aux bornes du domaine de définition ne sont pas demandées.)

Partie B

1) Montrer que pour tout $x\in]0;+\infty[$; $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

En déduire le signe de $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ pour $x>0$.

2) Dresser le tableau de variation de f

3) Soit D la droite d'équation $y=x$

a) Montrer que D est asymptote à (C_f).

b) Etudier la position relative de (C_f) et D.

c) Déterminer le point A de (C_f) où la tangente est parallèle à D.

4) Calculer les valeurs approchées à 10^{-2} près de f(x) pour les valeurs suivantes de x : $0,3$;1 et $\dfrac{1}{e}$

Déduisez-en l'existence d'une valeur unique α comprise entre $0,3$ et $\dfrac{1}{e}$ telle que $f(\alpha)=0$.

5) Tracer la tangente en A, l'asymptote D et la courbe (C_f) dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Exercice 4

Soient f la fonction définie sur $]2;+\infty[$ par : $f(x)=x-1+\ln\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$;puis vérifier que (C) admet une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées.

b) Montrer que pour tout $x\in\,]2;+\infty[$; $f'(x)=\dfrac{x^2}{x^2-4}$.

c) Dressez le tableau de variation de f

2) Montrer que la droite D d'équation $y=x-1$ est une asymptote à la courbe (C).

Etudier la position relative de D et (C) ?

3) A est le point de (C) d'abscisse 3 . Donner une équation cartésienne de la tangente T à (C) en A.

4) Construire (C), D et T .

5) Montrer que la fonction G définie sur $]2;+\infty[$ par : $G(x)=(x-2)\ln(x-2)-(x+2)\ln(x+2)$ est une primitive de la fonction g définie sur $]2;+\infty[$ par : $g(x)=\ln\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)$.

Exercice 5

Partie A

On considère la fonction g définie sur $]1;+\infty[$ par : $g(x)=ax+\dfrac{b}{\ln x}$

Déterminer les réel a et b pour que la représentation graphique (Γ) de g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ coupe l'axe des abscisses au point E d'abscisse e et que la tangente à (Γ) en E soit parallèle à la droite d'équation $y=2x$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]1;+\infty[$ par : $f(x)=x-\dfrac{e}{\ln x}$ et (C) sa représentation graphique dans $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) Etudier les variations de f sur $]1;+\infty[$

2) a) Montrer que la droite D d'équation $y=x$ est asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.

b) Etudier la position relative de (C) et D

c) admet une deuxième asymptote, Quelle est son équation.

3) Donner une équation de la tangente T à (C) au point d'abscisse e .

4) Tracer les droites D, T et la courbe (C)

5) Comment peut-on déduire la représentation graphique de $|f|$ à partir de (C) ? Tracez-la.