Exercice 1 :

Résoudre l'équation différentielle : $y''-y'-6y=0$.

Solution :

Le polynôme caractéristique de l'équation est x^2-x-6, *ses racines sont* -2 *et 3.*

Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions de $\mathbb{R}$ *dans* $\mathbb{R}$ *de la forme*

$t\mapsto \alpha.e^{-2t}+\beta.e^{3t}$ *, où* α *et* β *sont des nombres réels.*

Exercice 2:

Résoudre l'équation différentielle : $y''+4y'+4y=0$.

Solution :

Le polynôme caractéristique de l'équation est x^2+4x+4. *Il a une unique racine double:* -2. *Les solutions de l'équation sont les fonctions de* $\mathbb{R}$ *dans* $\mathbb{R}$ *de la forme* $t\mapsto(\alpha.t+\beta)e^{2t}$, *où* α *et* β *sont des réels.*

Exercice 3:

Résoudre l'équation différentielle : $y''+4y'+4y=0$.

Solution :

le polynôme caractéristique de l'équation est $x^2+4x+13$. *Il a deux racines complexes imaginaires conjuguées* $-2-3i$ *et* $-2+3i$. *Les solutions sont les fonctions* $\mathbb{R}$ *dans* $\mathbb{R}$ *de la forme*
$t\mapsto K.e^{-2t}\cos(3t)+L.e^{-2t}\sin(3t)$ *; où* K *et* L *sont des réels.*

Exemple en physique

Un circuit se compose d'un condensateur de capacité C et d'une résistance R en série, alimentés par une force électromotrice V.

a) Si q est la charge emmagasinée par le condensateur, $q(t)$ *vérifie :* $R\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{q}{C}=V$.

Calculer $q(t)$ *sachant que la charge initiale du condensateur est nulle et V constante.*

b) Pour le même circuit, on s'intéresse au courant $i(t)$. *Il vérifie :* $R\dfrac{di}{dt}+\dfrac{i}{C}=\dfrac{dV}{dt}$.

Calculer i(t) sachant qu'à l'instant 0 le courant est I_0 *et que* $V(t)=V_0.\sin\omega t$.