Exercices de trigonométrie 1ére Bac SM

guessmaths

Exercice 1

Calculer $\cos x$ *et* $\sin x$ *sachant :* $4\sin x + 4\cos x = 5$

Exercice 2

Sachant que : $\sin x + \cos x = a$

Calculer en fonction de a, les expressions :

$A = \cos^3 x + \sin^3 x$ *et* $B = \cos^4 x + \sin^4 x$.

Exercice 3

Montrer que : $\tan^2 \frac{\pi}{12} + \tan^2 \frac{5\pi}{12} = 14$.

Exercice 4

Simplifier l'expression suivante : $A(x) = \dfrac{1 - 2\cos x + \cos 2x}{1 + 2\cos x + \cos 2x}$ *où* $x \neq (2k+1)\pi \,/\, k \in \mathbb{Z}$.

Exercice 5

Soit x un réel de $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right[$ *et* $(a \in \mathbb{R}) \,/\, \cos x = \dfrac{1 - a^2}{1 + a^2}$

Calculer en fonction de a : $\tan x$ *et* $\sin x$.

Exercice 6***

Soit α *un réel tel que :* $\alpha \neq 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z}$

On pose : $S_n = \sin\alpha + \sin(2\alpha) + \sin(2\alpha) + \ldots\ldots + \sin(n\alpha)$

Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $S_n = \dfrac{\sin\frac{n\alpha}{2} \bullet \sin\frac{(n+1)\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}$.

Exercice 7

On pose: $A = \sin\frac{\pi}{9} \times \sin\frac{2\pi}{9} \times \sin\frac{3\pi}{9} \times \sin\frac{4\pi}{9}$ *et* $B = \cos\frac{\pi}{9} \times \cos\frac{2\pi}{9} \times \cos\frac{3\pi}{9} \times \cos\frac{4\pi}{9}$

Montrer que : $A = \frac{3}{16}$ *et* $B = \frac{1}{16}$

Exercice 8

On pose : $A(x)=\cos 3x+\cos x$ *et* $B(x)=A(x)+\cos 2x$

1) *Montrer que :* $B(x)=4\cos 2x.\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right).\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6}\right)$

2) *Déduire les solutions de l'équation :* $(E):\ \cos 3x+\cos 2x+\cos x=0$

Exercice 9**

Soit α *un nombre réel tel que :* $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right)$; $n\alpha\neq\frac{\pi}{2}+2k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}$

On pose : $S_n=\frac{1}{\cos\alpha}+\frac{1}{\cos\alpha.\cos 2\alpha}+\frac{1}{\cos 2\alpha.\cos 3\alpha}+\cdots+\frac{1}{\cos(n-1)\alpha.\cos n\alpha}$

1) *Montrer que pour tout réels a et b dans* $I=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\ /\ k\in\mathbb{Z}\right\}$ *; on a :*

$\tan a-\tan b=\frac{\sin(a-b)}{\cos a.\cos b}$

2) *Déduire que pour tout* $k\in\mathbb{Z}$: $\tan(k-1)\alpha-\tan(k\alpha)=\frac{-\sin\alpha}{\cos(k-1)\alpha.\cos(k\alpha)}$

3) *Déduire que :* $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right)$; $S_n=\frac{\tan(n\alpha)}{\sin\alpha}$

Exercice 10**

On considère dans $\mathbb{R}$ *l'équation :* $(E):\frac{\cos^3x+\sin^3x+2}{\sin x+\cos x}=3(1-\sin x\cos x)$

et soit (S) *son ensemble de solutions.*

1) *Montrer que pour tout* $x\in\mathbb{R}$: $\cos^3x+\sin^3x=(\sin x+\cos x)(1-\sin x\cos x)$

2) *on pose :* $t=\cos x+\sin x$

a) *Montrer que :* $|t|\leq\sqrt{2}$

b) *Montrer que :* $x\in S\Leftrightarrow t^3-3t+2=0$

c) *Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'équation :* $t^3-3t+2=0$

Déduire les solutions de l'équation (E).