EXERCICE 1:

ABC est un triangle : les points I et G sont tels que : $\overrightarrow{BI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AI}$

1. Justifier que I est barycentre de $(B;-1)$ et $(C;3)$ et G celui de $(A;2)$ et $(I;1)$.
2. En déduire que G est le barycentre de $(A;4)$; $(B;-1)$ et $(C;3)$.

EXERCICE 2:

ABC est un triangle quelconque avec $AB=6$ et $AC=4$;on se propose de trouver l'ensemble Γ des points M du plan tels que : $\left\|-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|=6$

1. Utiliser G barycentre de $(A;-2)$; $(B;1)$ et $(C;3)$ pour réduire la somme vectorielle : $-2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}$
2. Montrer que : "$M\in\Gamma \Leftrightarrow GM=3$"
3. En déduire la nature de Γ ; placer G et construire Γ.

EXERCICE 3:

ABC est un triangle quelconques, I est le milieu de $[BC]$: J et K sont les points tels que :

$\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BK}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

On considère le repère $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$.

1. Déterminer les coordonnées des points I ; J et K dans le repère $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$.
2. Montrer que 1 ; J et K sont alignés.

EXERCICE 4 :

Soit un triangle ABC. On considère les points I et G définis par : $\overrightarrow{AI}=3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BJ}=\frac{-1}{5}\overrightarrow{AC}$.

1. Ecrire I comme barycentre de A et C puis G comme barycentre de B et I.
2. Montrer que G est le barycentre des points $(A;2)$; $(B;6)$ et $(C;-3)$.
3. On considère le point J tel que : $\overrightarrow{BJ}=-\overrightarrow{BC}$.
   a) Écrire J comme barycentre de B et C.
   b) Démontrer que A ; G et J sont alignés.

EXERCICE 11:

Soient A ; B et C trois points non alignés : soient D le barycentre de $(B;2)$ et $(C;4)$.
E le barycentre de $(A;1)$ et $(C;4)$; F le barycentre de $(A;1)$ et $(B;2)$.

1. Déterminer la position des points D ; E et F.
2. Montrer que les droites (AD) ; (BE) et (CF) sont concourantes en un point P que l'on déterminera.

3. Déterminer Γ l'ensemble des points M du plan tels : $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|$

4. Construire Γ.

EXERCICE 12 :

Soit $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ un repère du plan.

On considère les points $A(4;-5)$; $B(-3;-2)$; $C(3;0)$ et $D(5;4)$.

1. Déterminer les coordonnées du point E tel que BCDE soit un parallélogramme ; puis les coordonnées du centre L du parallélogramme.
2. Soit $G=Bar\{(A;2);(B;1);(C;1);(D;1);(E;1)\}$; déterminer les coordonnées du point G.
3. Démontrer que les points A ; G et L. sont alignés.
4. Démontrer que G est le centre de gravité du triangle ABD.

EXERCICE 13:

Soit ABC un triangle équilatéral de côté a.

Soit Γ l'ensemble des points M du plan tels que : $\left\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

1. Prouver que le point B est un point de Γ.
2. Démontrer que $\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$ est indépendant du choix de M.
3. Soit $G=Bar\{(A;1);(B;-4);(C;1)\}$ prouver que $GM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$
4. Déterminer Γ.

EXERCICE 14:

ABC est un triangle quelconque. I ; J et K sont les points définis par: $\overrightarrow{AI}=\dfrac{5}{3}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BJ}=\dfrac{5}{8}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AK}=3\overrightarrow{AB}$.

1. Exprimer I comme barycentre de A et C ; J comme barycentre de B et C et K comme barycentre de A et B.
2. Soit G le barycentre de $(A;-2)$; $(B;3)$ et $(C;5)$.
   a) Montrer que G est le milieu de $[BI]$.
   b) Montrer que les droites (CK) ; (BI) et (AJ) sont concourantes en G.

EXERCICE 15:

Soit un quadrilatère ABCD quelconque.

Construire le barycentre de $(A;3)$; $(B;-1)$; $(C;-3)$ et $(D;5)$.(détailler)

EXERCICE 16:

On considère ABC un triangle isocèle en A. et on note I le milieu de $[BC]$.

Soit Γ_1 l'ensemble des points M du plan tels que : $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

et soit Γ_2 l'ensemble des points M du plan tels que : $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

1. a) Montrer que : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{IA}$.

b) Soit G barycentre de $(A;2)$; $(B;1)$ *et* $(C;1)$.

Déterminer et construire Γ_1

2. Utiliser G et I pour déterminer et construire Γ_2 .