

guessmaths

Correction examen nationale 2016 Session de Rattrapage

2ème Bac SM A et B

Exercice 1:

$$\text{Card } \Omega = C_8^1 = 8$$

$$1) \bullet p(Ru) = \frac{\text{Card}(Ru)}{\text{Card } \Omega} = \frac{C_4^1}{C_8^1} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet p(Bu) = \frac{\text{Card}(Bu)}{\text{Card } \Omega} = \frac{C_4^1}{C_8^1} = \frac{1}{2}$$

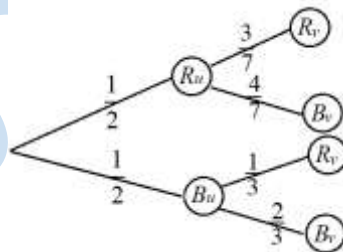
$$2) a) p(BV / Ru) = \frac{C_4^1}{C_7^1} = \frac{4}{7}$$

$$b) p(BV / Bu) = \frac{C_4^1}{C_6^1} = \frac{2}{3}$$

$$3) p(BV) = p(Ru \cap BV) + p(Bu \cap BV) \\ = \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{13}{21}$$

$$4) p(RV) = 1 - p(BV) = \frac{8}{21} \\ = p(Ru) \times p(BV / Ru) + p(Bu) \times p(BV / Bu)$$

L'expérience est résumée par l'arbre suivant :



Exercice 2:

On rappelle que $(M_3(\mathbb{R}), +, \times)$ est un anneau unitaire d'unité : $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et

que $(\mathbb{C}, +, \times)$ est un corps commutatif.

Pour chaque nombre complexe $z = x + iy$ où $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on pose :

$$M(z) = \begin{pmatrix} x + 2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x - 2y \end{pmatrix}$$

et on considère l'ensemble $E = \{M(z) / z \in \mathbb{C}\}$

1- $(E, *)$ est un groupe commutatif car :

- $*$ est une loi de composition interne

$$\text{Soient } M(z) = \begin{pmatrix} x+2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x-2y \end{pmatrix} \text{ et } M(z') = \begin{pmatrix} x'+2y' & 0 & 5y' \\ 0 & 1 & 0 \\ -y' & 0 & x'-2y' \end{pmatrix} \text{ deux matrices}$$

de E ; on a :

$$\begin{aligned} M(z) * M(z') &= M(z) + M(z') - M(0) \\ &= \begin{pmatrix} x+2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x-2y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x'+2y' & 0 & 5y' \\ 0 & 1 & 0 \\ -y' & 0 & x'-2y' \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (x+x') + 2(y+y') & 0 & 5(y+y') \\ 0 & 1 & 0 \\ -(y+y') & 0 & (x+x') - 2(y+y') \end{pmatrix} \\ &= M((x+x') + 2(y+y'), (y+y')) \in E \end{aligned}$$

- $*$ est associative dans E

$$\begin{aligned} \text{Soient } M(z) &= \begin{pmatrix} x+2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x-2y \end{pmatrix} ; M(z') = \begin{pmatrix} x'+2y' & 0 & 5y' \\ 0 & 1 & 0 \\ -y' & 0 & x'-2y' \end{pmatrix} \text{ et} \\ M(z'') &= \begin{pmatrix} x''+2y'' & 0 & 5y'' \\ 0 & 1 & 0 \\ -y'' & 0 & x''-2y'' \end{pmatrix} \text{ trois matrices de } E ; \text{ on a :} \end{aligned}$$

$$M(z) * (M(z') * M(z'')) = M(z) * (M(z') + M(z'') - M(0))$$

On montre facilement l'associativité de $*$ grâce à l'associativité de $+$

- $M(0)$ est l'élément neutre dans E

$$\text{Soient } M(z) = \begin{pmatrix} x+2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x-2y \end{pmatrix} \text{ une matrices de } E ; \text{ on a :}$$

$$\begin{aligned} M(z) * M(0) &= M(0) * M(z) \\ &= M(z) + M(0) - M(0) \\ &= M(0) + M(z) - M(0) \\ &= M(z) \end{aligned}$$

- Le symétrique de $M(z)$ est $M(-z)$ dans E

$$\text{On vérifie facilement que : } M(z) * M(-z) = M(0)$$

- $*$ est commutative dans E

$$\text{On vérifie facilement que : } M(z) * M(z') = M(z') * M(z)$$

2) a) Pour $(z, z') \in \mathbb{C}^2$; $M(z)$ et $M(z')$ deux matrices de E

$$\varphi(z) \times \varphi(z') = M(z) \times M(z')$$

$$= \begin{pmatrix} x+2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x-2y \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x'+2y' & 0 & 5y' \\ 0 & 1 & 0 \\ -y' & 0 & x'-2y' \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (x+2y)(x'+2y')-5yy' & 0 & (x+2y)5y'+5y(x'-2y') \\ 0 & 1 & 0 \\ -y(x'+2y')-y'(x-2y) & 0 & -5yy'+(x-2y)(x'-2y') \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (xx'-yy')+2(xy'+x'y) & 0 & 5(xy'+x'y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -(xy'+x'y) & 0 & (xx'-yy')-2(xy'+x'y) \end{pmatrix}$$

$$= M(xx'-yy', xy'+x'y)$$

$$\text{Donc } M(z) \times M(z') = M(xx'-yy', xy'+x'y)$$

$$\begin{aligned} \text{D'autre part } \varphi(z \times z') &= \varphi((x+iy) \times (x'+iy)) \\ &= \varphi(xx'-yy' + i(xy'+x'y)) \\ &= M(xx'-yy', xy'+x'y) \end{aligned}$$

$$\varphi(z \times z') = \varphi(z) \times \varphi(z')$$

Donc φ est un homomorphisme de $(\mathbb{C}^*, \times)$ vers $(E, *)$

b) Soit $M(a)$ une matrice de E ; résolvons l'équation $\varphi(z) = M(a)$ d'inconnue $z \in \mathbb{C}$
où $(a = \alpha + i\beta) \in \mathbb{C}$

$$\text{On a : } \varphi(z) = M(a) \Leftrightarrow M(z) = M(a)$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x+2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x-2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha+2\beta & 0 & 5\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\beta & 0 & \alpha-2\beta \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow x = \alpha \text{ et } y = \beta$$

$$\Leftrightarrow z = a$$

Donc l'équation $\varphi(z) = M(a)$ admet une solution unique dans $\mathbb{C}^*$

D'où φ réalise une bijection de $(\mathbb{C}^*, \times)$ vers $(E - M(0), \times)$

Par suite φ est un isomorphisme de $(\mathbb{C}^*, \times)$ vers $(E - M(0), \times)$

Comme $(\mathbb{C}^*, \times)$ est un groupe commutatif ; alors par isomorphisme

$(E - M(0), \times) = (\varphi(\mathbb{C}^*), \times)$ est un groupe commutatif.

3) $(E, *, \times)$ est un corps commutatif car :

- $(E, *)$ est un groupe d'élément neutre $M(0)$.
- $(E / \{M(0)\}, \times)$ est un groupe.

- $\times$ est distributive par rapport à $*$.
- $\times$ est commutative dans E .

Exercice 3:

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $(E) : z^2 - (1 + \sqrt{3})(1 + i)z + 4i = 0$

1- a) Le discriminant de l'équation (E) est : $\Delta = ((1 + \sqrt{3})(1 + i))^2 - 4 \times 4i$

$$= (1 + \sqrt{3})^2 (1 + i)^2 - 4 \times 4i$$

$$= (1 + \sqrt{3})^2 \times 2i - 8 \times 2i$$

$$= ((1 + \sqrt{3})^2 - 8) \times 2i$$

$$= (2\sqrt{3} - 4) \times 2i$$

$$= (1 - 2\sqrt{3} + 3) \times (-2i)$$

$$= ((1 - \sqrt{3})(1 - i))^2$$

b) Les solutions de (E) sont : • $z_1 = \frac{(1 + \sqrt{3})(1 + i) - (1 - \sqrt{3})(1 - i)}{1}$

$$= 1 + \sqrt{3} + i(1 + \sqrt{3}) - 1 + \sqrt{3} + i(1 - \sqrt{3})$$

$$= 2\sqrt{3} + 2i$$

$$= 4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)$$

$$= 4 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right)$$

• $z_2 = \frac{(1 + \sqrt{3})(1 + i) + (1 - \sqrt{3})(1 - i)}{1}$

$$= 1 + \sqrt{3} + i(1 + \sqrt{3}) + 1 - \sqrt{3} - i(1 - \sqrt{3})$$

$$= 2 + 2\sqrt{3}i$$

$$= 4 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

$$= 4 \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right)$$

Donc $S = \left\{ 4 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right), 4 \left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right) \right\}$

2) a) On a : $M(z = x + iy) \in (\mathcal{D}) \Leftrightarrow z = \frac{1}{2} \bar{az}$

$$\Leftrightarrow x + iy = \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})(x - iy)$$

$$\Leftrightarrow x + iy = \frac{x + \sqrt{3}y}{2} + \frac{\sqrt{3}x - y}{2}i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{x + y\sqrt{3}}{2} \\ y = \frac{\sqrt{3}x - y}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + \sqrt{3}y = 0 \\ \sqrt{3}x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -x + \sqrt{3}y = 0$$

Donc (D) est la droite d'équation $-x + \sqrt{3}y = 0$; qui passe par B (on vérifie facilement que les coordonnées de B vérifient l'équation)

$$\begin{aligned} \text{b) On a : } \frac{b^2}{(z' - b)(z - b)} &= \frac{b^2}{(a\bar{z} - b - b)(z - b)} \\ &= \frac{(\sqrt{3} + i)^2}{(a\bar{z} - 2b)(z - b)} \\ &= \frac{(2 + 2i\sqrt{3})}{(a\bar{z} - 2b)(z - b)} \\ &= \frac{2a}{a\left(\bar{z} - 2\frac{b}{a}\right)(z - b)} \\ &= \frac{2}{\left(\bar{z} - 2\frac{\sqrt{3} + i}{1 + i\sqrt{3}}\right)(z - b)} \\ &= \frac{2}{\left(\bar{z} - 2\frac{(\sqrt{3} + i)(1 - i\sqrt{3})}{4}\right)(z - b)} \\ &= \frac{2}{\left(\bar{z} - \frac{\sqrt{3} - 3i + i + \sqrt{3}}{2}\right)(z - b)} \\ &= \frac{2}{(\bar{z} - (\sqrt{3} - i))(z - b)} \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{(\bar{z}-\bar{b})(z-b)}$$

$$= \frac{2}{(\overline{z-b})(z-b)}$$

$$= \frac{2}{|z-b|^2}$$

Donc $\frac{b^2}{(z'-b)(z-b)} = \frac{2}{|z-b|^2}$

c) On a : $\frac{b^2}{(z'-b)(z-b)} = \frac{2}{|z-b|^2} \in \mathbb{R}$

Donc $\frac{b}{z'-b} \times \frac{b}{z-b} \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{0-b}{z'-b} \times \frac{0-b}{z-b} \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow \arg\left(\frac{0-b}{z'-b} \times \frac{0-b}{z-b}\right) \equiv 0[\pi]$$

$$\Rightarrow \arg\left(\frac{0-b}{z'-b}\right) + \arg\left(\frac{0-b}{z-b}\right) \equiv 0[\pi]$$

$$\Rightarrow \arg\left(\frac{0-b}{z'-b}\right) \equiv \arg\left(\frac{z-b}{0-b}\right)[\pi]$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{M'B}, \overrightarrow{OB}) \equiv (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{MB})[\pi]$$

D'où la droite (OB) est la bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{M'B}, \overrightarrow{MB})$; or $O \in (D)$ et

$B \in (D)$ alors (D) est la bissectrice de l'angle $(\overrightarrow{M'B}, \overrightarrow{MB})$

Exercice 4:

$$f_n(x) = \ln(x) - \frac{\eta}{x} ; (\forall x \in]0, +\infty[)$$

1- a) On a : $\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\ln(x) - \frac{\eta}{x} \right) = -\infty$

Donc (C_n) admet une asymptote verticale d'équation $x = 0$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\ln(x) - \frac{\eta}{x} \right) = +\infty \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_n(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln(x)}{x} - \frac{\eta}{x^2} \right) = 0$$

Donc (C_n) admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$

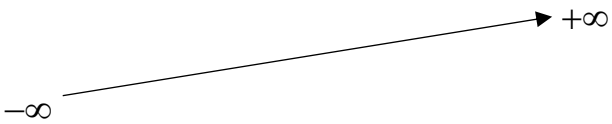
b) f_n est dérivable sur $]0, +\infty[$ comme somme de deux fonctions dérivables sur $]0, +\infty[$

et pour tout $x \in]0, +\infty[$; on a : $f'_n(x) = \frac{1}{x} + \frac{\eta}{x^2}$

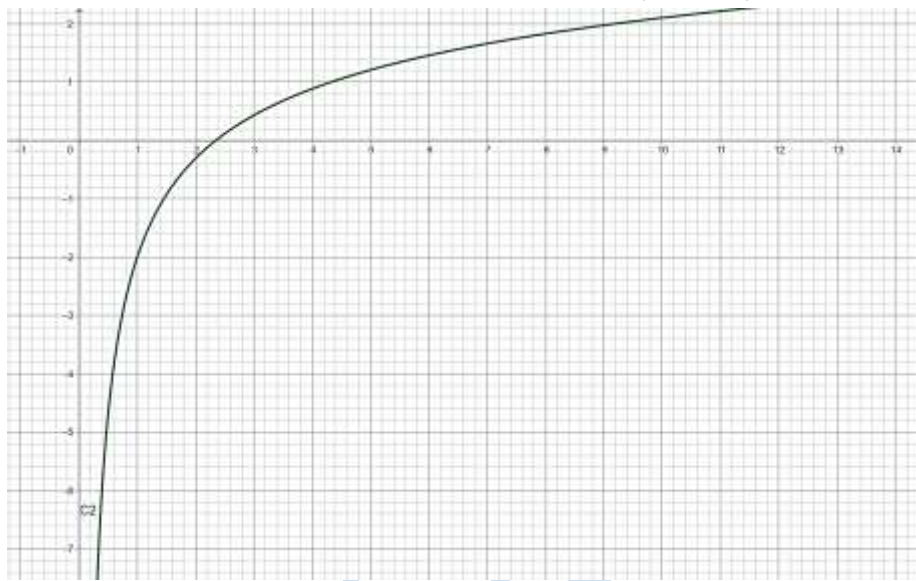
$$= \frac{x + \eta}{x^2}$$

Donc $(\forall x \in]0, +\infty[) ; f'_n(x) > 0$

Tableau de variations de f_n sur $]0, +\infty[$

x	0	$+\infty$
$f'_n(x)$	+	
f'_n		

c) Construction de (C_2) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.



2) La fonction f_n est continue strictement croissante sur $]0, +\infty[$; donc elle réalise une bijection de $]0, +\infty[$ vers $f_n(]0, +\infty[) =]\lim_{x \rightarrow 0^+} f_n(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)[=]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$

3) a) Soit $n \in \mathbb{N}^*$; f_n réalise une bijection de $]0, +\infty[$ vers $\mathbb{R}$ et $0 \in \mathbb{R}$; d'après le TVI il existe un unique réel α_n de l'intervalle $]0, +\infty[$ tel que : $f_n(\alpha_n) = 0$

$$\begin{aligned} \text{b) pour tout } x \text{ de }]0, +\infty[; \text{ on a : } f_{n+1}(x) - f_n(x) &= \ln(x) - \frac{n+1}{x} - \ln(x) + \frac{n}{x} \\ &= -\frac{1}{x} \end{aligned}$$

Donc $(\forall n \in \mathbb{N}^*) (\forall x \in]0, +\infty[) ; f_{n+1}(x) < f_n(x)$

c) $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ et pour $x = \alpha_n$; on a : $f_{n+1}(\alpha_n) < f_n(\alpha_n)$ et $f_n(\alpha_n) = f_{n+1}(\alpha_{n+1}) = 0$

D'où $f_{n+1}(\alpha_n) < f_{n+1}(\alpha_{n+1})$; et comme f_{n+1} est strictement croissante sur $]0, +\infty[$

Alors $\alpha_n < \alpha_{n+1}$

Ainsi la suite $(\alpha_n)_{n \geq 1}$ est strictement croissante.

4- a) Soit la fonction φ définie sur $]0, +\infty[$ par : $\varphi(x) = \ln(x) - x$

φ est dérivable sur $]0, +\infty[$ comme somme de deux fonctions dérivables et on a pour

$$\text{tout } x \in]0, +\infty[: \varphi'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$$

D'où tableau de variations de φ sur $]0, +\infty[$

x	0	1	$+\infty$
$\varphi'(x)$		0	
φ	$-\infty$	-1	$-\infty$

Donc $(\forall x \in]0, +\infty[) : \varphi(x) \leq -1 < 0 \Rightarrow \ln(x) - x < 0$
 $\Rightarrow \ln(x) < x$

D'où $\forall x > 0 : \ln(x) < x$.

$$\begin{aligned} b) \text{ On a } \alpha_n \in]0, +\infty[&\Rightarrow \ln(\alpha_n) < \alpha_n \text{ et } f_n(\alpha_n) = 0 \Rightarrow \ln(\alpha_n) - \frac{n}{\alpha_n} = 0 \\ &\Rightarrow \ln(\alpha_n) = \frac{n}{\alpha_n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } \frac{n}{\alpha_n} < \alpha_n &\Rightarrow \alpha_n^2 > n \\ &\Rightarrow \alpha_n > \sqrt{n} \text{ et } \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n} = +\infty \end{aligned}$$

$$\text{D'où } \lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = +\infty$$

5) a) f_n est continue sur $[\alpha_n, \alpha_{n+1}]$; donc d'après le théorème de la moyenne intégrale

$$\text{on a : } (\exists c_n \in [\alpha_n, \alpha_{n+1}]) / \frac{1}{\alpha_{n+1} - \alpha_n} \int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} f_n(x) dx = f_n(c_n)$$

$$\text{Donc } (\forall n \in \mathbb{N}^*) (\exists c_n \in [\alpha_n, \alpha_{n+1}]) / I_n = f_n(c_n)$$

$$\begin{aligned} b) (\forall n \in \mathbb{N}^*) ; \alpha_n \leq c_n \leq \alpha_{n+1} &\Rightarrow \begin{cases} \ln(\alpha_n) \leq \ln(c_n) \leq \ln(\alpha_{n+1}) \\ -\frac{n}{\alpha_n} \leq -\frac{n}{c_n} \leq -\frac{n}{\alpha_{n+1}} \end{cases} \\ &\Rightarrow f_n(\alpha_n) \leq f_n(c_n) \leq f_n(\alpha_{n+1}) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 0 \leq f_n(c_n) \leq \left(\ln(\alpha_{n+1}) - \frac{n+1}{\alpha_{n+1}} \right) + \frac{1}{\alpha_{n+1}}$$

$$\Rightarrow 0 \leq f_n(c_n) \leq f_{n+1}(\alpha_{n+1}) + \frac{1}{\alpha_{n+1}}$$

$$\Rightarrow 0 \leq \mathcal{I}_n \leq \frac{1}{\alpha_{n+1}}$$

c) On sait que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_{n+1} = +\infty$; donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{\alpha_{n+1}} = 0$

Ainsi $\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathcal{I}_n = 0$

Exercice 5 :

Soit n est un entier naturel supérieur ou égal à 2.

$$g_n(x) = \int_n^x \frac{1}{\ln t} dt ; \text{ pour tout } x \in [n, +\infty[$$

1- a) La fonction $x \mapsto \frac{1}{\ln x}$ est continue sur $[n, +\infty[\subseteq [2, +\infty[$; donc elle admet des primitives sur $[n, +\infty[$; en particulier g_n ; alors pour tout $x \in [n, +\infty[$ on a :

$$g'_n(x) = \frac{1}{\ln x}$$

b) pour tout $n \geq 2$; on a : $g'_n(x) = \frac{1}{\ln x}$ et $x \geq 2$

Donc $(\forall x \in [n, +\infty[) ; g'_n(x) > 0$

D'où la fonction g_n est strictement croissante sur l'intervalle $[n, +\infty[$

$$2- a) \text{ Pour } x \geq n ; \text{ on pose : } u = t - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} du = dt \\ t = u + 1 \end{cases}$$

$$\text{Donc : } u = t - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = n \Rightarrow u = n - 1 \\ t = x \Rightarrow u = x - 1 \end{cases}$$

$$\text{On a : } u \geq 0 ; \text{ donc } \ln(1+u) \leq u \Rightarrow \frac{1}{\ln(1+u)} \geq \frac{1}{u}$$

$$\Rightarrow \int_{n-1}^{x-1} \frac{1}{\ln(1+u)} du \geq \int_{n-1}^{x-1} \frac{1}{u} du$$

$$\Rightarrow g_n(x) \geq \ln\left(\frac{x-1}{n-1}\right)$$

b) On a pour tout $x \geq n$: $g_n(x) \geq \ln\left(\frac{x-1}{n-1}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x-1}{n-1}\right) = +\infty$

Donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x) = +\infty$

3- a) g_n est continue strictement croissante sur $[n, +\infty[$; donc g_n est une bijection de

l'intervalle $[n, +\infty[$ dans l'intervalle $g_n([n, +\infty[) = [g_n(n), \lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x)[= [0, +\infty[$.

b) g_n est une bijection de $[n, +\infty[$ dans $[0, +\infty[$ et $1 \in [0, +\infty[$; donc d'après le TVI il

existe un unique réel $u_n \in [n, +\infty[$ / $g_n(u_n) = 1$

Par suite $(\forall n \geq 2) (\exists! u_n \geq n) : \int_n^{u_n} \frac{1}{\ln t} dt = 1$

4- $(u_n)_{n \geq 2}$ définie dans la question (3-b).

$$\begin{aligned} \text{a) Pour tout } n \geq 2 ; \text{ on a : } \int_{u_n}^{u_{n+1}} \frac{1}{\ln t} dt &= \int_{u_n}^n \frac{1}{\ln t} dt + \int_n^{n+1} \frac{1}{\ln t} dt + \int_{n+1}^{u_{n+1}} \frac{1}{\ln t} dt \\ &= -1 + \int_n^{n+1} \frac{1}{\ln t} dt + 1 \\ &= \int_n^{n+1} \frac{1}{\ln t} dt \end{aligned}$$

$$\text{Donc } (\forall n \geq 2) ; \int_{u_n}^{u_{n+1}} \frac{1}{\ln t} dt = \int_n^{n+1} \frac{1}{\ln t} dt$$

$$\text{b) On a : } \text{signe} \left(\int_{u_n}^{u_{n+1}} \frac{1}{\ln t} dt \right) \text{ est celui de } \left(\int_n^{n+1} \frac{1}{\ln t} dt \right) \text{ car } \frac{1}{\ln t} > 0$$

$$\text{Donc } \int_{u_n}^{u_{n+1}} \frac{1}{\ln t} dt > 0 \Rightarrow u_{n+1} - u_n > 0$$

D'où la suite $(u_n)_{n \geq 2}$ est strictement croissante.

$$\text{c) On a : } (\forall n \geq 2) ; u_n \geq n$$

$$\text{Donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty.$$