



guessmaths

Calculer avec des puissances ; Des racines carrées

1 L'essentiel du cours

A Règles de calcul avec les puissances

Définition

a désigne un réel et n un entier naturel : $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$

Notations

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}}$$

- $a^1 = a$
- pour tout $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

Propriété 1:

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $\frac{a^n}{a^p} = a^n \times a^{-p} = a^{n-p}$
- $(a^n)^p = a^{n \times p}$

Propriété 2 :

- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ (avec $b \neq 0$)

B Règles de calcul avec les racines carrées

Définition: a désigne un réel positif ou nul.

La racine carrée de a est le réel qui, élevé au carré, donne a

Propriété 3 :

- $(\sqrt{a})^2 = a$

Remarque (a un réel quelconque)

- $\sqrt{a}$ n'a de sens que lorsque $a \geq 0$.
- $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a \leq 0 \end{cases}$

Propriété 4 :

a et b désignent des réels positifs, $b \neq 0$

- $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

2 Applications

EX01 Simplifier au maximum les expressions ci-dessous.

$$1. A = \frac{10^3 \times 10^{-2} \times 10^{20}}{(10^7)^3} \quad 2. B = \frac{(2^3)^2 \times (3^2)^3}{(2 \times 3)^5}$$

Solution

$$1. A = \frac{10^3 \times 10^{-2} \times 10^{20}}{(10^7)^3} = \frac{10^{21}}{10^{21}}$$

$$A = 10^{21} \times 10^{-21} = 10^0$$

$$A = 1$$

$$2. B = \frac{(2^3)^2 \times (3^2)^3}{(2 \times 3)^5} = \frac{2^{3 \times 2} \times 3^{2 \times 3}}{2^5 \times 3^5} = \frac{2^6 \times 3^6}{2^5 \times 3^5}$$

$$B = \frac{2^6 \times 3^6}{2^5 \times 3^5} = 2^{6-5} \times 3^{6-5}$$

$$B = 2^1 \times 3^1 = 2 \times 3 = 6$$

Piège à éviter

Il n'existe pas de règle avec

$$a^n + b^n \text{ ou } a^n - b^n \text{ ou }$$

$$a^n \times b^n \text{ ou } \frac{a^n}{b^n}$$

Piège à éviter

Il n'existe pas de règle avec

$$\sqrt{a+b} \text{ ou } \sqrt{a-b}$$

On utilise la propriété 1 et les notations

On utilise la propriété 1 et 2 et les notations.

EX02 Simplifier au maximum l'expression : $C = 3\sqrt{20} - \sqrt{15} \times \sqrt{3}$

Solution

$$C = 3\sqrt{20} - \sqrt{15} \times \sqrt{3}$$

$$C = 3\sqrt{4 \times 5} - \sqrt{3 \times 5 \times 3}$$

$$C = 3\sqrt{2^2 \times 5} - \sqrt{3^2 \times 5}$$

$$C = 3 \times 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$C = 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

- On fait apparaître des carrés sous la racine carrée
- On utilise les propriétés 3 et 4.

Choisis ta réponse

1. $A = \frac{10^3 \times 10^{-2} \times 10^{20}}{(10^7)^3}$ est égale à : ☐ 0,1 ☐ 10 ☐ 1

2. $B = \frac{2^5 \times 5^3 \times 10}{(2 \times 5)^4}$ est égale à : ☐ 10 ☐ 4 ☐ 40

3. $C = 5\sqrt{8} - 2\sqrt{16} \times \sqrt{2}$ est égale à : ☐ $\sqrt{2}$ ☐ $2\sqrt{2}$ ☐ $-3\sqrt{2}$

4. $D = \frac{7\sqrt{3} - 4\sqrt{27}}{\sqrt{75}}$ est égale à : ☐ -1 ☐ $-5\sqrt{3}$ ☐ $\frac{1}{5\sqrt{3}}$