Exercices série n° 11 sur les ensembles et les applications **1ére Bac SM**

Exercice 1

On considère l'application ; $f : \begin{array}{l} \mathbb{R}\times\mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ (x;y) \mapsto 2x-y \end{array}$

1) Montrer que f n'est pas injective

2) a) Soit t un élément de $\mathbb{R}$ *; vérifier que :* $f(t\,;t)=t$

b) Dédire que f est surjective.

3) a) Soit l'ensemble $A=\{1;-2\}$ *; déterminer* $f(A\times A)$

b) Déterminer l'image réciproque par f de $\{1\}$.

Exercice 2

On Considère l'application; $f : \begin{array}{l} \mathbb{N}\times\mathbb{N} \to \mathbb{N} \\ (n;p) \mapsto 2^n(1+2p) \end{array}$

Montrer que f est surjective.

Exercice 3

Soient les ensembles A et B tels que : $A=[0;2]$ *et* $B=[-3;5]$

1) Montrer que si $x\in A$ *alors* $(x^2+2x-3)\in B$.

2) On considère l'application ; $f : \begin{array}{l} A \to B \\ x \mapsto x^2+2x-3 \end{array}$.

Montrer que f est une bijection ; puis déterminer sa bijection réciproque f^{-1}.

Exercice 4

1) Vérifier que pour tout $x\in[0;+\infty[$; $-1\leq \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}<1$.

2) On considère l'application : $f : \begin{array}{l} [0;+\infty[\to [-1;1[\\ x \mapsto \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \end{array}$

Montrer que f est un bijection, puis déterminer sa bijection réciproque f^{-1}.