# Examen nationale Sujet de maths bac Sc Economie

## Session de rattrapage 2012

**Exercice 1 :** *(2,5points)*

*1- Vérifier que la fonction F définie sur* $]0;+\infty[$ *par :* $F(x)=x\ln x-x$ *est une primitive de la fonction f définie sur* $]0;+\infty[$ *telle que :* $f(x)=\ln x$.

*2- Déduire la valeur de l'intégrale :* $\int_1^e \ln x\ dx$.

*3- En utilisant une intégration par parties calculer l'intégrale :* $\int_1^e (\ln x)^2\ dx$.

**Exercice 2 :** *(4,5points)*

*On considère la suite numérique* $(u_n)_{n\geq 0}$ *définie par :* $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2-u_n} \quad (\forall n\geq 0)\end{cases}$

*1- Montrer par récurrence que :* $(\forall n\in\mathbb{N})$ *;* $u_n<1$.

*2- a) Montrer que :* $(\forall n\in\mathbb{N})$ *;* $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n-1)^2}{2-u_n}$.

*b) Déduire que la suite numérique* $(u_n)_{n\geq 0}$ *est croissante et qu'elle est convergente.*

*3- On pose :* $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n-1}$ *pour tout* $n\in\mathbb{N}$.

*a) Calculer* $v_{n+1}-v_n$ *; puis déduire que est une suite arithmétique de raison* $r=1$ .

*b) Montrer que :* $u_n=\dfrac{v_n-2}{v_n-1}$ *pour tout* $n\in\mathbb{N}$.

*c) Ecrire* $v_n$ *en fonction de n, puis déduire que :* $u_n=\dfrac{n}{n+1}$ *pour tout* $n\in\mathbb{N}$. .

*d) Déduire* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

**Exercice 3 :** *(9 points)*

*On considère la fonction f définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=3e^{2x}-4e^x+1$ *; et soit* $(C)$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

*1- a) Calculer* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ *, puis interpréter géométriquement le résultat.*

*2- Vérifier que :* $f(x)=e^x\left(3e^x-4+\dfrac{1}{e^x}\right)$ *;* $(\forall x\in\mathbb{R})$ *; calculer* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ *puis donner une interprétation géométrique au résultat .*

*3- a) Montrer que :* $f'(x)=2e^x(3e^x-2)$ *pour tout* $x\in\mathbb{R}$.

*b) Etudier le signe de* $f'(x)$ *sur* $\mathbb{R}$ *; et vérifier que :* $f\left(\ln\dfrac{2}{3}\right)=-\dfrac{1}{3}$ *puis dresser le tableau de variation de f sur* $\mathbb{R}$ .

*4- a) vérifier que :* $f(x)=(3e^x-1)(e^x-1)$ *pour tout* $x\in\mathbb{R}$.

b) Déduire que la courbe $(C)$ de $f$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 0 et au point $I(-\ln 3;0)$

c) Montrer que $f''(x)=4e^{x}\left(3e^{x}-1\right)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$ ; Etudier le signe de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$ ; puis déduire que $I$ est un point d'inflexion pour la courbe $(C)$ de $f$.

d) Calculer $f'(0)$ et $f'(-\ln 3)$ et construire les deux points $I$ et $B\left(\ln\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right)$, les tangentes à la courbe $(C)$ de $f$ aux points O, I et B ainsi que la courbe $(C)$.

(on prend $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$ ; $\ln 2\simeq 0,7$ et $\ln 3\simeq 1,1$).

**Exercice 4 :** (4 points) **- On donnera tous les résultats sous forme de fraction -**

*Une Urne contient 12 boules indiscernables au toucher ; 5 boules Rouges ,4 boules Blanches et 3 boules Vertes.*
*On tire d'une façon aléatoire et simultanément 3 boules de l'Urne.*
*On considère les événements A et B suivants :*
*A « Les boules tirées sont de la même couleur »*
*B « Parmi les boules tirées il y'a au moins une boule Verte »*

1- a) Montrer que : $P(A)=\frac{3}{44}$.

b) Calculer $P(\overline{B})$

($\overline{B}$ est l'évènement contraire de l'évènement B) puis déduire $P(B)$.

2- Soit X la variable aléatoire liée au nombre de boules Vertes tirées.

a) Vérifier que les valeurs prises par X sont 0, 1,2 et 3.

b) Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.