Examen Nat Sc Eco 2014 Session normale

Sujet de maths

Exercice 1 (5 pts)

On considère la suite numérique (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{1}{4} \quad (\forall n \in IN) \end{cases}$

1- Calculer U_1 et U_2

2- Montrer par récurrence que : $(\forall n \in IN)$; $U_n > \frac{1}{2}$.

3- a) Montrer que : $(\forall n \in IN)$ $U_{n+1} - U_n = -\frac{1}{2}\left(U_n - \frac{1}{2}\right)$

b) Déduire que la suite (U_n) est décroissante et qu'elle est convergente

4- On considère la suite (V_n) définie par : $V_n = U_n - \frac{1}{2}$; $(\forall n \in IN)$

a) Calculer son premier terme V_0.

b) Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$.

c) Ecrire V_n en fonction de n ; puis déduire que : $U_n = \frac{1}{2}\left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$; pour tout $n \in \mathbb{N}$.

d) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

Exercice 2 : (4,5 pts) (Donner tous les résultats sous forme de fractions)

Un Sac contient neufs boules : trois boules Rouges ; quartes boules Vertes et deux boules Blanches (les boules sont indiscernables au toucher) .
On tire de façon aléatoire successivement et sans remise 2 boules du Sac .

1. Vérifier que le nombre de tirages possibles est 72.
2. On considère les deux événements :
   A « tirer une boule Blanche en premier ».
   B « tirer de boules de même couleur »
   a) Montrer que : $P(A) = \frac{2}{9}$
   b) Calculer la probabilité de B et déduire que: $P(\overline{B}) = \frac{13}{18}$ ($\overline{B}$ est l'événement contraire de B).
3. Sachant que qu'on a tiré une boule Blanche en premier calculer la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes.
4. Soit X la variable aléatoire liée au nombre de boules Blanches tirées.
   a) Recopier puis compléter le tableau ci-dessous en justifiant vos réponses :

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$			

WWW.GUESSMATHS.CO

Problème : (10 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=(x-1)^2 e^x$ *et soit* (C_f) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1- a) *Calculer* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et montrer que :*

b) *Calculer* $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ *; Puis donner une interprétation géométrique à ce résultat.*

c) *Vérifier que pour tout* $x\in\mathbb{R}^*$*:* $f(x)=\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^2 x^2e^x$

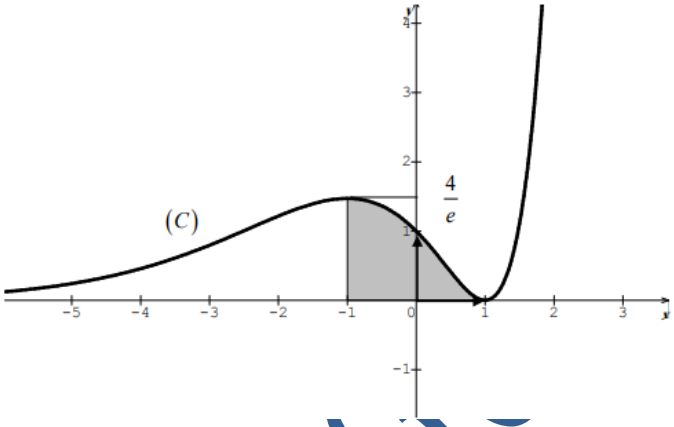
d) *Montrer que :* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ *et donner une interprétation géométrique au résultat.*

2- a) *Montrer que :* $f'(x)=(x^2-1)e^x$ *; pour tout* $x\in\mathbb{R}$.

b) *Etudier le signe de* $f'(x)$ *sur* $\mathbb{R}$ *; calculer* $f(1)$ *et* $f(-1)$*; puis dresser le tableau de variation de f sur* $\mathbb{R}$.

3. *Montrer que la fonction F définie par :* $F(x)=(x^2-4x+5)e^x$ *est une primitive de f sur* $\mathbb{R}$.

4. *Dans la figure ci-dessous* (C_f) *est la courbe représentative de la fonction f dans le repère* $(o;\vec{i};\vec{j})$.



a) *En utilisant le résultat de la question 3 calculer l'aire de la partie coloriée du plan.*

b) *Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :* $f(x)=1$.

WWW.GUESSMATHS.CO