guessmaths

SERIE N° 8 D'EXERCICES « NOTION DE LOGIQUE »

EXERCICE 1

Démontrer par récurrence que

1) $(\forall n \in \mathbb{N})$; $n^3 - n$ *est un multiple de 3.*

2) $(\forall n \in \mathbb{N})$; $3^{2n} - 1$ *est un multiple de 4.*

3) $(\forall n \in \mathbb{N})$; $n(n^2 + 5)$ *est un multiple de 3.*

4) $(\forall n \in \mathbb{N})$; 6 *divise l'entier* $n(n+1)(n+2)$

5) $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $3^{2n} - 2^n$ *est divisible par 7.*

6) $(\forall n \in \mathbb{N})$; $2^{3n} - 1$ *est divisible par 7.*

7) $(\forall n \in \mathbb{N})$; $2^{3n+2} - 4$ *est divisible par 7.*

8) $(\forall n \in \mathbb{N})$; $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ *est divisible par 7.*

9) $(\forall n \in \mathbb{N})$; $3^{2n+1} + 4^{n+1} - 2(-1)^n$ *est divisible par 5.*

10) $(\forall n \in \mathbb{N})$; $4^n - 3n - 1$ *est divisible par 9.*

11) $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $10^n - 1$ *est divisible par 9.*

12) $(\forall n \in \mathbb{N})$; $10^n - (-1)^n$ *est divisible par 11.*

13) $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $3^{2n} + 2^{6n-5}$ *est divisible par 11.*

14) $(\forall n \in \mathbb{N})$; $4^{2n+2} - 1$ *est divisible par 15.*

15) $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$ *est divisible par 17.*

EXERCICE 2

Démontrer les énoncés suivants par récurrence:

1- $(\forall n \in \mathbb{N})$: $\sum_{k=0}^{n} 2^k = 2^{n+1} - 1$.

2- $(\forall n \in \mathbb{N})$: $\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

3- $(\forall n \in \mathbb{N})$: $\sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

4- $(\forall n \in \mathbb{N})$: $\sum_{k=0}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

5- $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$: $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}} \le 2\sqrt{n}$

6- $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$: $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

7- $(\forall n \in \mathbb{N})$: $\sum_{k=0}^{n} (2k+1) = (n+1)^2$

8- $(\forall n \in \mathbb{N})$: $\sum_{k=0}^{n} k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$