guessmaths

Les raisonnements en Logique

L'implication

A	B	$A ou B$	$A et B$	$A \Rightarrow B$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$B ou \overline{A}$	$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$
V	V	V	V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V	V

L'implication nécessite quelques explications : Le vrai ne peut impliquer le faux ; par contre le Faux peut impliquer n'importe quoi. Quel élève n'a jamais commis 2 erreurs de raisonnement pour arriver à la fin à un résultat juste ? On peut ainsi remarquer que $A \Rightarrow B$, $B ou \overline{A}$, $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ *ont même table de vérité.*

Raisonnement par récurrence

Soit une suite (U_n) *définie de manière récurrente par :* $U_{n+1} = \sqrt{2 \times U_n + 3}$ *avec* $U_0 = 0$. *Soit alors* $f(x) = \sqrt{2 \times x + 3}$. *Il est clair que* $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2 \times x + 3}}$, *et donc f est croissante sur* $]0, \infty[$. *Soit* $P(n)$ *la propriété :* $U_{n+1} \geq U_n$.

Montrons par récurrence que (U_n) *est croissante*

- *1° pas : P(0) est vraie car* $U_0 = 0$ *et* $U_1 = \sqrt{3}$ *; donc* $U_1 \geq U_0$
- *2° pas : Hypothèse de récurrence :*
  Soit n quelconque. Supposons que $P(n-1)$ *est vraie soit :* $U_n \geq U_{n-1}$
- *3° pas : Montrons que* $P(n)$ *est vraie.*

D'après l'hypothèse de récurrence on a : $U_n \geq U_{n-1}$
Or f est croissante sur $]0, \infty[$, *donc* $f(U_n) \geq f(U_{n-1})$ *et par définition* $U_{n+1} \geq U_n$. *On vient de montrer que* $P(n-1)$ *implique P(n) ; grâce au raisonnement par récurrence on vient donc de montrer que :* $\forall n \geq 0, U_{n+1} \geq U_n$, *c'est à dire que la suite* (U_n) *est croissante.*
PS : En toute rigueur, il aurait fallu montrer que : $\forall n \geq 0;\ U_{n+1} \geq 0$ *,car en appliquant f à* (U_n), *on ne sait pas s'il se pose un problème d'existence ou non .*

Raisonnement par l'absurde

Pour faire une démonstration par l'absurde, on prend pour vraie la proposition de départ et on prend comme hypothèse la négation de ce que l'on veut montrer ; on essaie ensuite d'arriver à une contradiction formelle, ce qui prouve que l'hypothèse choisie était fausse .