**Devoir surveillé $n^\circ$ 3** **Classe : T.C.F**

## Exercice 1 : (8 pts)

Soit $ABC$ un triangle. $I$ est le milieu de $[AB]$. $E$, $F$ et $G$ trois points tels que :

$$\overrightarrow{AE}=4\overrightarrow{AB} \quad , \quad \overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC} \quad \textbf{et} \quad 2\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}-3\overrightarrow{GC}=\vec{0}$$

1,5pts 1) Ecrire en $\overrightarrow{AG}$ fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

1pt 2) Construire une figure .

1pt 3) a- Montrer que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=2\overrightarrow{GI}$

1,5pts b- En déduire que les points $I$, $C$ et $G$ sont alignés.

2pts 4) a- Montrer que : $\overrightarrow{GE}=2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$ et que $\overrightarrow{IF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

1pt b- En déduire que les droites $(GE)$ et $(IF)$ sont parallèles.

## Exercice 2 : ( 8 pts )

Soit le polynôme $P(x)=12x^4-4x^3-41x^2-4x+12$

2pts 1) Déterminer un polynôme $Q(x)$ tel que $P(x)=(x-2)Q(x)$

1pt 2) Vérifier que $\frac{-3}{2}$ est une racine de $Q(x)$

1,5pts 3) Montrer que si $\alpha$ est racine de $P(x)$ **alors** $\frac{1}{\alpha}$ est racine de $P(x)$

2pts 4) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $P(x)=0$

1,5pts 5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(|x|)=0$

## Exercice 3 : (4 pts )

On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(E):\ 6x^2-\left(6+\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)x+\sqrt{2}+\sqrt{3}=0$

1pt 1) Vérifier que 1 est une solution de l'équation $(E)$.

2pts 2) En déduire la deuxième solution de l'équation $(E)$.

1pt 3) Factoriser $6x^2-\left(6+\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)x+\sqrt{2}+\sqrt{3}$

## BONUS Exercice 3 : (2 pts )

On considère le polynôme $P(x)=ax^2+bx+c$ où $a$, $b$ et $c$ des nombres réels tels que $a>0$

On suppose que le polynôme $P(x)$ admet deux racines distinctes $\alpha$ et $\beta$ et que $-1<\alpha<\beta<1$

Montrer que $a+b+c>0$ et $a-b+c>0$ et $a-c>0$