

MONOTONIE D'UNE SUITE NUMÉRIQUE**EXERCICE 01**

Etudier la monotonie de la suite (u_n) dans chacun des cas suivants:

1) $u_n = 2 - 4n$; 2) $u_n = n + \left(\frac{1}{2}\right)^n$; 3) $u_n = \frac{1}{n+1}$

4) $u_n = 3^n - n$; 5) $u_n = \left(-\frac{2}{5}\right)^n$; 6) $u_n = \sqrt{2n+1}$

7) $u_n = 1+2+3+\dots+n$

EXERCICE 02

On considère la suite (u_n) définie par : $u_n = \frac{n}{2^n}$

1) Vérifier que: $(\forall n \in \mathbb{N}) ; \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n}$

2) En déduire que la suite (u_n) est décroissante

EXERCICE 03

On considère la suite (u_n) définie par : $u_n = n \left(\frac{5}{2}\right)^n$

1) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$.

2) En déduire la monotonie de la suite (u_n) .

EXERCICE 04

Soit (u_n) la suite numérique définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 3 \end{cases} ; (\forall n \in \mathbb{N})$$

1) Calculer les termes u_1 et u_2

2) Montrer par récurrence que: $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n < 5$

3) a) Montrer que: $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} - u_n = \frac{3}{5}(5 - u_n)$

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante.

c) En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 4 \leq u_n < 5$