

Le plan complexe (P) est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

O Exercice n°01 :

- 1). Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 - 2\bar{z} + 1 = 0$.
- 2) Quelle est la nature du triangle dont les sommets sont les images des solutions de l'équation (E) ? Justifier la réponse.

O Exercice n°02 :

Pour tout $z \in \mathbb{C}$; On pose : $Z = 5z^2 + 3z\bar{z} + 20i$.

Déterminer et construire chacun des ensembles suivants : $(H) = \{M(z) \in (P) / Z \in \mathbb{R}\}$ et $(E) = \{M(z) \in (P) / Z \in i\mathbb{R}\}$.

Puis en déduire l'ensemble des solutions de l'équation : $5z^2 + 3z\bar{z} + 20i = 0$.

O Exercice n°03 :

Pour tout $z \in \mathbb{C} - \{i\}$ On pose : $Z = \frac{z+1}{1-iz}$

- 1). Déterminer et construire chacun des ensembles suivants :

$(E_1) = \{M(z) \in (P) / Z \in \mathbb{R}\}$, $(E_2) = \{M(z) \in (P) / Z \in i\mathbb{R}\}$, $(E_3) = \{M(z) \in (P) / |Z| = 1\}$
et $(E_3) = \{M(z) \in (P) / |Z| = 2\}$.

- 2)- Montrer que lorsque le point $M(z)$ varie sur le cercle (Γ) de centre $\Omega(-i)$ et de rayon $R=1$, alors le point $M'(Z)$ varie sur un cercle (Γ') dont on précisera l'abscisse de son centre et son rayon.

O Exercice n°04 :

On considère le nombre complexe : $u = 1 - \sqrt{2} - i$

- 1). Calculer $|u|$ (le module de u).
- 2) Vérifier que : $(1+i) \times u = -\sqrt{2} \times \bar{u}$. Puis écrire u sous forme trigonométrique.
- 3) Déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$

O Exercice n°05:

- ✓ Déterminer et construire chacun des ensembles suivants :

$(D) = \left\{ M(z) \in (P) / \arg\left(\frac{\sqrt{3}+i}{z}\right) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \right\}$ et $(\Gamma) = \{M(z) \in (P) / MA = 2 \times MB\}$ Où $A(-3)$ et $B(3)$.

O Exercice n°06:

On pose : $b = (1 - \sqrt{3}) + i(1 + \sqrt{3})$ et $a = (1 + i) \times b$.

- 1) Montrer que : $a = -2\sqrt{3} + 2i$. Puis calculer $|a|$.
- 2) Ecrire a puis b sous forme trigonométrique.
- 3) Déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

O Exercice n°07:

>> On considère le nombre complexe : $a = -\sqrt{2 + \sqrt{2}} + i\sqrt{2 - \sqrt{2}}$.

- 1) a) Montrer que : $a^2 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{2}$.
b) Ecrire a^2 sous forme trigonométrique.
- 2)- a) En déduire a sous forme trigonométrique.
b) Déterminer les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

O Exercice n°08:

On pose : $z = \cos\theta + i\sin\theta$ Où $\theta \in]-\pi; \pi]$.

- 1) a) Montrer que : $1 + z + z^2 = (1 + z + \bar{z}) \times z$.
b) En déduire que : $1 + z + z^2 = (1 + 2\cos\theta) \times (\cos\theta + i\sin\theta)$.
- 2) Déterminer S l'ensemble des valeurs de $\theta \in]-\pi; \pi]$ tels que : $1 + z + z^2 = 0$.
- 3) On suppose dans cette question $\theta \in]-\pi; \pi]$ et $\theta \notin S$.
Ecrire $1 + z + z^2$ sous forme trigonométrique.

O Exercice n°09:

- 1)- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z\bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 13 + 18i$.
- 2) Soient A et B les points d'affixes a et b solutions de (E) tels que : $\text{Im}(a) < 0$.
a) Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice (Δ) du segment $[OB]$.
b) Déterminer z_c l'affixe du point C pour que le quadrilatère OABC soit un parallélogramme.