

Durée : 2 heures

**Exercice 1: (3pts)**

Déterminer les entiers naturels  $x$  et  $y$  tel que:  $(x+1)(y+2) = 2xy$

**Exercice 2 : 6pts)**

Soit  $ABC$  un triangle ;  $I$  et  $J$  les points tel que :  $\overline{AI} = \frac{2}{3}\overline{AB}$  et  $\overline{AJ} = \frac{3}{4}\overline{AC}$

Les droites  $(CI)$  et  $(BJ)$  se coupent en  $G$

1) Déterminer les coordonnées de  $G$  dans le repère  $(A; \overline{AB}; \overline{AC})$

2) La droite  $(AG)$  coupe  $(BC)$  en  $K$ .

Montrer que :  $\overline{CK} = \frac{2}{5}\overline{CB}$

**Exercice 3: (6 pts)**

On pose :  $A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{19}{20} \times \frac{21}{22} \times \frac{23}{24}$  et  $B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{20}{21} \times \frac{22}{23} \times \frac{24}{25}$

1) Soit  $p$  un nombre réel positif. Montrer que :  $\frac{p+1}{p+2} > \frac{p}{p+1}$

2) En déduire que :  $A < B$

3) Montrer que :  $A < \frac{1}{5} < B$

**Exercice 4: (5pts)**

1) Déterminer un polynôme  $P$  de degré 2 tel que :  $P(x+1) - P(x) = x+1$  pour tout nombre réel  $x$

2) En déduire que :  $1+2+3+\dots+2016+2017 = \frac{2017 \times 2018}{2}$