<u>Exercice 1</u>

Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z)=z^3-2(\sqrt{3}+i)z^2+4(1+i\sqrt{3})z-8i$.

1°) a) Vérifier que $z=2i$ *est une solution de l'équation* $P(z)=0$.

b) Montrer que pour tout nombre complexe z , $P(z)=(z-2i)(z^2-2\sqrt{3}z+4)$

2°) a) Déterminer les deux autres solutions z_2 *et* z_3 *de l'équation* $P(z)=0$; z_2 *étant la solution dont la partie imaginaire est positive*

b) Ecrire les solutions z_1 ; z_2 *et* z_3 *sous forme exponentielle*

3°) Placer dans le plan complexe et avec précision les points A, B et C d'affixes respectives z_1 ; z_2 *et* z_3 *; puis démontrer qu'ils sont sur un même cercle (càd : Cocycliques)*

4°) Quelle est la nature du quadrilatère OABC ?

<u>Exercice 2</u>

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$.

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a=2i$; $b=-\sqrt{3}+i$ *et* $b=-\sqrt{3}-i$

1) Ecrire a, b et c sous forme exponentielle.
Placer A, B et C sur une figure.

2) Soit $Z=\dfrac{a-b}{c-b}$

a) Ecrire Z *sous forme algébrique et puis exponentielle.*
b) En déduire la nature du triangle ABC.

<u>Exercice 3</u>

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$.

On considère les points A ;B ; C et D d'affixes respectives $a=i$; $b=e^{-i\theta}$; $c=2i+e^{i\theta}$ *et* $d=2\cos\theta+i$ *avec* $\theta\in\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$.

1) a) Vérifier que $b-a=\overline{c-a}$ *. En déduire que* $AB=AC$.
b) Montrer que le quadrilatère $ABDC$ *est un losange.*

2) a) Montrer que : $c-a=2\cos\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)e^{i\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}$.

b) En déduire la valeur de θ *pour laquelle* $ABDC$ *soit un carré.*
c) Construire le carré $ABDC$ *pour la valeur de* θ *trouvée*

<u>Exercice 4</u>

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$.

On appelle J *le point d'affixe* i .
On considère les points A, B, C et H d'affixes respectives $a=-3-i$; $b=-2+4i$; $c=3-i$ *et* $h=-2$.
1) Placer ces points sur une graphique, qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.

2) Montrer que J est le centre du cercle ζ circonscrit au triangle ABC.

Préciser le rayon du cercle ζ.

3) Calculer, sous forme algébrique, le nombre complexe : $\dfrac{b-c}{h-a}$.

En déduire que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

Dans la suite de l'exercice, on n'admet que H est l'orthocentre du triangle ABC, c'est-à-dire le point d'intersection des hauteurs du triangle ABC.

4) On note G le centre de gravité du triangle ABC. Déterminer l'affixe g du point G

Placer G sur la figure .

5) Montrer que les points : G ; J et H sont alignés.

6) On note A' le milieu de $[BC]$ et K le milieu de $[AH]$.

Le point A' a pour affixe $a' = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$.

a) Déterminer l'affixe du point K.

b) Démontrer que le quadrilatère $KHA'J$ est un parallélogramme.