Devoir surveillé N1 — *2BAC – PCF*

guessmaths

Exercice 1 : 6 pts

Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-2x}{x^2-5x+6}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1-x^2}-1}{x^2}$ 3) $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x<-1}} \dfrac{x-3}{x^2+3x+2}$

4) $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt{x^2+x+2}-x+1$ 5) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\sqrt[3]{1+27x^3}}{x+1}$ 6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{8-x^2}-2}{x^2}$

Exercice 2 : 5,5 pts

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{1+4x^2}-\sqrt{1+x^2}}{x^2} & si\ x\neq 0 \\ f(0)=\dfrac{3}{2} \end{cases}$

1) *Montrer que f est continue en 0.*
2) *Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.*
3) a- *Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^+$.*
   b- *Montrer que la fonction f est paire.*
   c- *En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}^-$.*
4) *Montrer que* $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=0$
5) *Déterminer $f(\mathbb{R})$.*

Exercice 3 : 3 pts

1) *Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.*
2) *Montrer que l'équation $x^{2019}+2019x-2019=0$ admet une unique solution dans $]0;1[$.*

Exercice 4 : 5,5 pts

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$

1) a- *Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}^+$.*
   b- *Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$*
   c- *En déduire f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.*
2) *Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$.*