



Exercice 11 « Fonction Exponentielle »

Exercice 1

f et g sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 e^x$ et $g(x) = (x^2 - x - 1)e^x$

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes C_f et C_g représentatives des fonctions f et g .
2. Déterminer la position relative de C_f et C_g .
3. Déterminer les limites de f et g en $-\infty$ et $+\infty$.
4. Dresser les tableaux de variations de f et g .

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = (x-1)(2-e^{-x})$. On note C sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm et Δ la droite d'équation $y = 2x - 2$.

1. a) Etudier les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.
b) Etudier la position relative de C et Δ .
2. a) Calculer $f'(x)$ et montrer que, pour tout réel x , $f'(x) = xe^{-x} + 2(1 - e^{-x})$.
b) En déduire que, pour tout réel x positif, $f'(x) > 0$.
c) Préciser la valeur $f(0)$, puis établir le tableau de variation de f .
3. Avec le plus grand soin, tracer C et Δ dans le même repère.
4. Déterminer le point A de C où la tangente à C est parallèle à Δ . Tracer cette tangente dans le repère précédent.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$.

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonale.

1. Démontrer que f est une fonction impaire. Que peut-on en déduire pour la courbe C_f ?

Montrer que pour tout réel x , $f(x) = x + 1 - \frac{2}{1 + e^{-x}}$. En déduire la limite de f en $+\infty$.

3. a) Montrer que pour tout réel x , $f(x) - (x-1) = \frac{2}{e^x + 1}$.

En déduire que la droite d'équation Δ d'équation $y = x - 1$ est asymptote à C_f en $+\infty$ b) préciser la position de C_f par rapport à Δ .

Exercices 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$, et on désigne par C sa courbe représentative.

1. Etudier la parité de f . Que peut-on en déduire pour la courbe C ?
2. Démontrer que, pour tout réel x positif ou nul, $e^{-x} \leq e^x$.
3. a) Déterminer les limites de f en $+\infty$.

b) Etudier les variations de f sur $[0; +\infty[$, et tracer l'allure de C .

Exercice 5

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x+1)e^{-2x}$. C est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 2 cm).

1. a) Déterminer la limite de f en $+\infty$ Que peut-on en déduire ?
b) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. Dresser le tableau de variation de f .
3. a) Déterminer les coordonnées du point A d'intersection de C avec l'axe des abscisses.
b) Etudier le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

Exercice 6

g_1 et g_2 sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $g_1(x) = xe^{-x}$ et, $g_2(x) = x^2e^{-x}$

1. a) Etudier les limites de g_1 et g_2 en $-\infty$ et $+\infty$. Interpréter graphiquement ces résultats.
b) Etudier le sens de variation de g_1 et g_2
2. Dans un repère orthonormé du plan, on note C_1 et C_2 les courbes représentatives de g_1 et g_2
a) préciser la position relative des deux courbes.
b) Tracer les deux courbes.
3. a) Donner une équation de la tangente à la courbe C_1 au point d'abscisse a (a réel).
b) Cette tangente coupe l'axe des ordonnées en un point N .
Déterminer en fonction de a , l'ordonnée de N .

WWW.GUESSMATHS.CO