



Exercice 1 « Généralités sur les fonctions »

1^{ère} Bac Sc.Exp

Comparaison d'expressions et positions relatives de courbes

Exercice 1

On considère les fonctions définies sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x$, $h(x) = x^2$ et $k(x) = x^3$
Étudier les positions relatives de (C_f) , (C_g) , (C_h) et (C_k)

Solution

$$\blacksquare k(x) - h(x) = x^3 - x^2 = x^2(x-1).$$

Donc, si $x \in [0; 1]$ $k(x) \leq h(x)$ et si $x \in [1; +\infty[$ $k(x) \geq h(x)$.

C'est-à-dire (C_k) est au-dessous de (C_h) sur $[0; 1]$ et au-dessus de (C_h) sur $[1; +\infty[$. (C_h) et (C_k) se coupent au point $M(1; 1)$.

$$\blacksquare h(x) - g(x) = x^2 - x = x(x-1).$$

Donc, sur $[0; 1]$; $h(x) \leq g(x)$, et sur $[1; +\infty[$; $h(x) \geq g(x)$ c'est-à-dire (C_h) est au-dessous de (C_g) sur $[0; 1]$ et (C_h) est au-dessus de (C_g) sur $[1; +\infty[$.

(C_h) et (C_g) se coupent au point $M(1; 1)$.

$$\blacksquare g(x) - f(x) = x - \sqrt{x} = \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1).$$

Donc, sur $[0; 1]$; $g(x) \leq f(x)$ et sur $[1; +\infty[$; $g(x) \geq f(x)$ c'est-à-dire (C_g) est au-dessous de (C_f) sur $[0; 1]$ et (C_g) est au-dessus de (C_f) sur $[1; +\infty[$.

(C_g) et (C_f) se coupent au point $M(1; 1)$.

En conclusion:

Sur $[0; 1]$ (C_k) est au-dessous de (C_h) ; (C_h) est au-dessous de (C_g) et (C_g) est au-dessous de (C_f) .

Sur $[1; +\infty[$ (C_k) est au-dessus de (C_h) , (C_h) est au-dessus de (C_g) et (C_g) est au-dessus de (C_f) .

Toutes ces courbes se coupent au point $M(1; 1)$.

Méthode

Pour étudier les positions relatives des courbes représentatives de fonctions on compare les expressions algébriques de ces dernières.