DEVOIR LIBRE-02- SEMESTRE -01- **1ére Bac SM-F**

Soient f et g deux fonctions définies par : $f:\begin{array}{l} D_f \to \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2-2x \end{array}$ *et* $g:\begin{array}{l} D_g \to \mathbb{R} \\ x \mapsto x+2-2\sqrt{x+1} \end{array}$

Et soient (C_f) *et* (C_g) *les courbes respectives des fonctions f et g dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1 a) Déterminer D_g pour que g soit une application,

b) Déterminer l'ensemble des antécédents de 1 par g. g est-elle injective?

c) Montrer que : $(\forall x \in D_g);\ g(x) \geq 0$. g est-elle surjective?

d) Soit u la restriction de g à $[0;+\infty[$.

Montrer que u est bijective de $[0;+\infty[$ dans $[0;+\infty[$, puis définir sa bijection réciproque u^{-1}

2 a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Déterminer les points d'intersection de (C_f) et les axes du repère.

3 La courbe (C_g) représentative de la fonction g est tracée ci-dessous.(Voir l'annexe)

a) Justifier que g est décroissante sur $[-1;0]$ et croissante sur $[0;+\infty[$.

b) Vérifier que : $f(0)=g(0)$ puis représenter, dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, la courbe (C_f).

c) Montrer graphiquement que l'équation $f(x)=g(x)$ admet deux solutions dont l'une est α tel que : $2<\alpha<3$.

d) Déterminer graphiquement $f(]-\infty;0])$; $f([0;1])$; $f([1;2])$ et $f([2;+\infty[)$

e) Résoudre graphiquement dans l'intervalle $[-1;+\infty[$ l'inéquation : $x^2-3x+2\sqrt{x+1}-2 \leq 0$

f) Déterminer graphiquement, selon le paramètre réel m, le nombre des solutions de l'équation : $2\sqrt{x+1}-x-2=m$

4 On considère la fonction h définie par : $h=g\circ f$

a) Déterminer D_h puis exprimer $h(x)$ en fonction de x.

b) Déterminer les variations de la fonction h en utilisant les variations de f et g sur les intervalles: $]-\infty;0]$; $[0;1]$

$[1;2]$ et $[2;+\infty[$.

c) Montrer que: $h(x)=\begin{cases} x^2-4x+4\ ;\ si\ x\geq 1 \\ x^2\ ;\ si\ x\leq 1 \end{cases}$

d) Représenter dans un autre repère orthonormé la courbe représentative de la fonction h.

5 On considère la fonction k définie par : $k(x)=x-E(x)+1-2\sqrt{x-E(x)}$.

a) Déterminer D_k puis montrer que k est périodique de période $T=1$.

b) Montrer que : $(\forall x \in [-1;0[)$; $k(x)=g(x)$.

c) Tracer la courbe de la fonction dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.