



Etude de fonction

2ème Bac PC-SVT

Exercice 1: 5 pts

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$

- 1) a- Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}^+$.
b- Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$
c- En déduire f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.
- 2) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

Exercice 2 : 11 pts

I. Soit g la fonction définie par : $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$

et (C_g) sa courbe dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1/ Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2/ Etudier les variations de g sur $\mathbb{R}$

3/ Dresser le tableau de variation de g

4/ Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0; 2]$

5/ Déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x et dresser un tableau de signe

6/ Donner un encadrement de α d'amplitude 0,5

II. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$

1/ Montrer que $D_f = \mathbb{R}$

2/ Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3/ Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$

4/ Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) f'(x) = \frac{xg(x)}{(2x^2 - 2x + 1)}$

5/ Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$ (on prend $f(\alpha) = -0,1$)

6/ Déterminer l'image de $] -\infty; 0]$ et $] 0; \alpha[$

7/ Montrer que f est strictement positive sur l'intervalle $]1; +\infty[$ (on pourra utiliser $f(1)$)

8/ Soit h la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par : $h : x \mapsto \sqrt[3]{f(x)}$

a/ Montrer que h est dérivable sur $]1; +\infty[$

b/ calculer $h'(x)$ pour tout x dans $]1; +\infty[$

Exercice 3 : 4 pts

Soit la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = 3 - \frac{9}{4U_n} \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

1/ Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n > \frac{3}{2}$; puis étudier la monotonie de (U_n) .

2/ On pose : $V_n = \frac{2}{2U_n - 3}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique et déterminer sa raison et son premier terme.

b) Donner V_n puis U_n en fonction de n .

c) calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$

WWW.GUESSMATHS.CO