

EXERCICE 1

Soit f une fonction définie par : $f(x) = 2x - \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x}$

Et (C) la courbe représentant de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) a- Déterminer D_f

b- Montrer que f est impair.

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

3) a- Montrer que : $\forall x \in D_f ; f(x) - (2x - 1) = \frac{-3}{x(x + \sqrt{x^2 + 3})}$

b- Montrer que la droite $(\Delta): y = 2x - 1$ est une asymptote oblique de (C) au voisinage de $+\infty$.

c- Etudier la position relative de (C) et de (Δ) .

4) a- Montrer que Pour tout x de D_f : $f'(x) = 2 + \frac{3}{x^2 \sqrt{x^2 + 3}}$

b- Dresser le tableau de variation de f

5) a- Déterminer l'abscisse du point intersection de (C) avec l'axe d'abscisse sur D_f et puis donner l'équation de la tangente à (C) en ce point

b- On admet que la signe $f''(x)$ est le signe de $-x$ Pour tout x de D_f et que la valeur approché de α qui vérifie $f(\alpha) = \alpha$ est 1,52.

Dresser (C) le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

6) Soit g la restriction de f sur $I =]0; +\infty[$.

a. Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur J qu'on déterminera

b. Dresser (C') la courbe représentative de g^{-1} dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

EXERCICE 2

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 1 - x + \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$

et (C_f) la courbe représentant de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2) a- Calculer $f'(x)$ Pour tout x de $\mathbb{R}$.

b- Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; 1 - (1 + x^2)\sqrt{1 + x^2} \leq 0$

c- Dresser le tableau de variation de f

3) Etudier la concavité de la courbe (C_f)

4) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $\left] \frac{7}{4}; 2 \right[$.

5) a- Etudier les branches infinies de la courbe (C_f)

b- Etudier la position relative de (C_f) et la droite (Δ) d'équation $y = -x + 2$ sur $[0; +\infty[$.

6) Montrer que le point $\Omega(0; 1)$ est le centre de symétrie de (C_f)

7) Tracer la courbe (C_f) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$