

Exercice 1 : (12 points)

- 1) Soient a et b deux entiers naturels tels que : $a = 300$ et $b = 126$.
 - a) Décomposer a et b en produit de facteurs premiers
 - b) Déterminer $\text{pgcd}(a;b)$ et $\text{ppcm}(a;b)$.
 - c) Est-ce que a et b sont premiers entre eux. Justifier votre réponse.
 - d) Simplifier $\frac{a}{b}$ et $\sqrt{a^2 \times b}$.
 - e) Déterminer le plus petit entier naturel m tel que $m \times a$ est un carré parfait
- 2) Soient n ; x et y des entiers naturels tels que : $x = 4n + 30$ et $y = 4n^2 + 8n + 3$.
Étudier la parité de x et y
- 3) Déterminer le chiffre c sachant que le nombre $572c$ est divisible à la fois par 3 et 2
- 4) Montrer que 83 est un nombre premier
- 5) Soit $n \in \mathbb{N}$.
Montrer que : $7^{2n+2} - 7^{2n}$ est un multiple de 24.
- 6) Trouver tous les entiers naturels x et y vérifiant : $xy - 2x = 16 - y$.

Exercice 2 : (5 points)

Soit ABCD un parallélogramme. M et N sont les points définis par : $\overrightarrow{BM} = 5\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD}$

- 1) Construire une figure . Puis montrer que : $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CN} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$
- 2) Dédire que les points C , M et N sont alignés
- 3) Soit E le milieu du segment $[DN]$ et F un point tel que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF}$.
 - a) Construire E et F
 - b) Montrer que : $\overrightarrow{CF} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
 - c) Dédire que C est le milieu du segment $[EF]$
- 4) Montrer que (EF) et (DB) sont parallèles-plan

Exercice 3 : (3 points)

ABC un triangle, I le milieu du segment $[BC]$. Soit D le point défini par : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AI}$

$A\check{D}$ et E le projeté de D sur (BC) parallèlement à (AB) et F le projeté de D sur (BC) parallèlement à (AC) .

- 1) Construire une figure convenable
- 2) Montrer que : $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CI}$
- 3 Montrer que I est le milieu de $[EF]$.

Exercice : (facultatif)

Première Partie Soit x, y et z des entiers naturels tels que : $7x + 8z = 2y$

- 1) a) Vérifier que : $2y - z = 7(x + z)$.
b) En déduire que $2y - z$ est un multiple de 7 .
- 2) a) Vérifier que $7x = 2(y - 4z)$
b) En déduire que x est pair
- 3) Montrer que 56 divise $x^3(2y - z)$

Deuxième Partie

- 1) Soit n un entier naturel impair tel que : $n \geq 3$ et 1011 divise $n - 3$.
Montrer que : 2022 divise $n - 3$.
- 2) Soit p un premier tel que $p > 2$. Montrer que : $\frac{p^2 - 1}{4} \in \mathbb{N}$

WWW.GUESSMATHS.CO